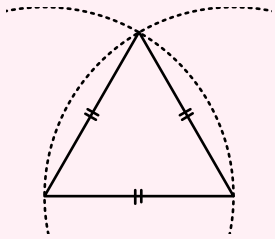
# Triangles et quadrilatères

## I) Rappels sur les triangles

**Définition**

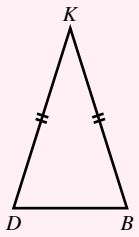
Un **triangle équilatéral** est un triangle dont les trois côtés sont de même longueur. En voici un schéma à main levée possible.



Chaque angle d'un triangle équilatéral mesure 60°.

**Définition**

Un triangle **isocèle** est un triangle qui possède au moins deux côtés de même longueur. Voici un exemple de schéma à main levée.

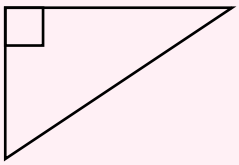



Ce triangle $DBK$ est **isocèle en** $K$. On dit que $K$ est le **sommet principal** du triangle.

**Définition**

Un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit.

En voici un schéma à main levée possible.

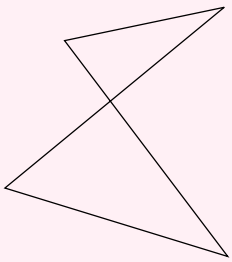


# II) Quadrilatères

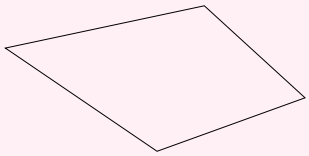
## Définition

Un **polygone** est une figure géométrique plane formée d'une ligne brisée (c'est-à-dire une suite de segments) fermée.

Un polygone possédant quatre côtés s'appelle un **quadrilatère**. Voici deux exemples :

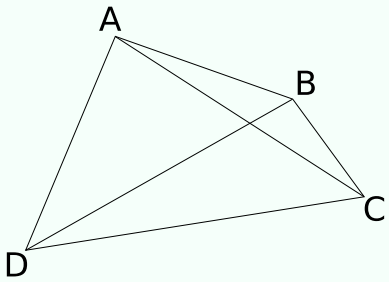


Quadrilatère croisé



Quadrilatère non croisé

## Exemple




Différentes façons de nommer le quadrilatère : ABCD, BCDA, CDAB, DABC, ADCB, DCBA, CBAD, BADC

Noms des diagonales : [BD] et [AC]

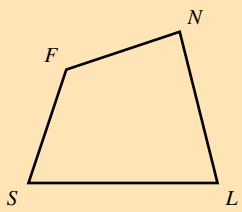
Angles opposés : $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CDA}$, ainsi que $\widehat{DAB}$ et $\widehat{BCD}$.

Côtés opposés : [AB] et [DC], ainsi que [BC] et [AD].

Côtés consécutifs : [AB] et [BC], [BC] et [CD], ainsi que [CD] et [DA], sans oublier [DA] et [AB].

## Exercice

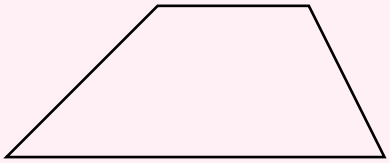
Nommer correctement le quadrilatère suivant.



## Définition

Un **trapèze** est un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles.

En voici un schéma à main levée possible.



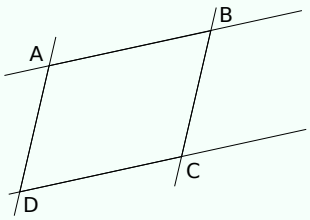
## Définition

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux. En voici un schéma à main levée possible.



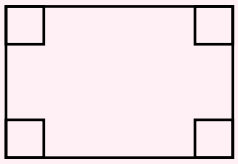
## Exemple

Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme, car $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$.




## Définition

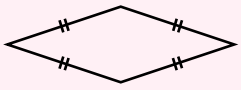
Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits. En voici un schéma à main levée possible.



## Définition

Un **losange** est un quadrilatère dont les quatre côtés sont de même longueur.

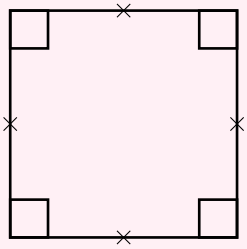
En voici un schéma à main levée possible.



## Définition

Un **carré** est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur. C'est à la fois un rectangle et un losange.

En voici un schéma à main levée possible.



**Définition**

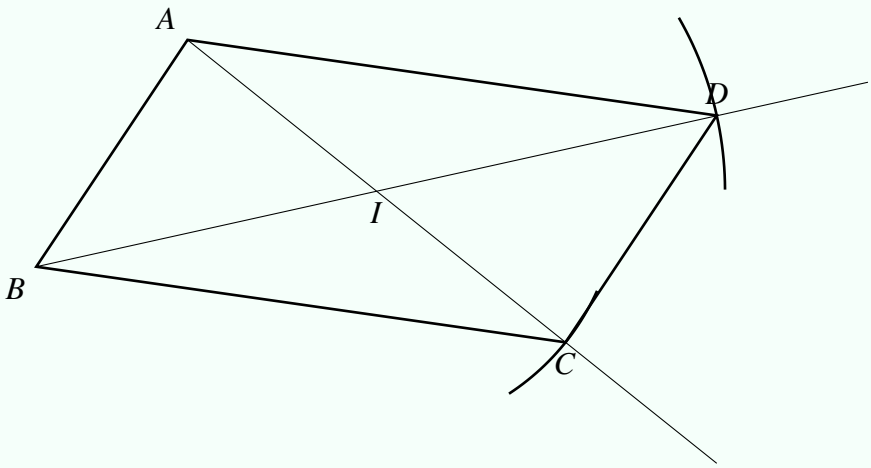
Les segments qui relient des sommets opposés d'un quadrilatère sont les **diagonales** du quadrilatère.

# III) Le parallélogramme

## A) Tracés et propriétés du parallélogramme

**Exemples**

Tracer un parallélogramme $ABCD$.




On a tracé $[AB]$ et placé un point $I$. On a alors construit les symétriques $C$ et $D$ des points $A$ et $B$, respectivement, par rapport à $I$. Le parallélogramme $ABCD$ a pour centre de symétrie $I$. Les symétries seront revues plus tard dans l'année.

**Propriétés**

- Les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.
- Les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur.
- Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
- Les angles opposés d'un parallélogramme sont de même mesure.

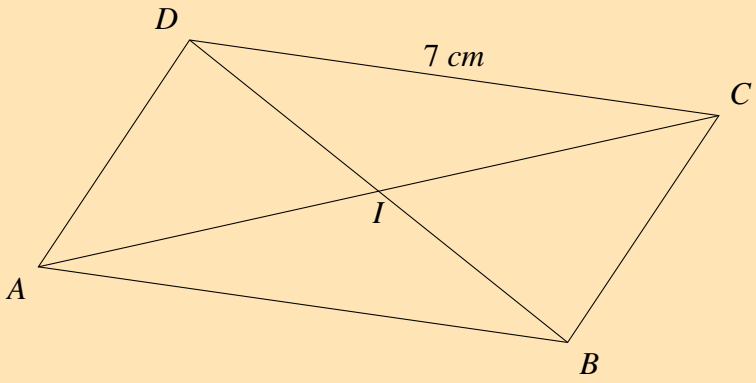
**Exemple**

Dans un parallélogramme $ABCD$ de centre $I$, on a :

$$(AB) \parallel (CD) \qquad (AD) \parallel (BC) \qquad AB = CD \qquad AD = BC$$

$$AI = IC = \frac{1}{2}AC \qquad BI = ID = \frac{1}{2}BD \qquad \widehat{BAD} = \widehat{BCD} \qquad \widehat{ABC} = \widehat{ADC}$$

Exercice




$ABCD$ est un parallélogramme de centre $I$ tel que $AI = 5\ cm$.

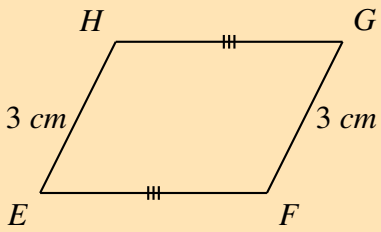
1. Déterminer la longueur $AB$. Justifier.
2. Déterminer la longueur $IC$. Justifier.
3. Que dire des droites $(AD)$ et $(BC)$ ? Justifier.

## B) Propriétés réciproques et tracés

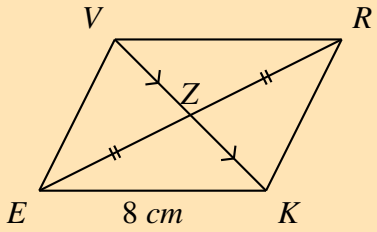
Propriétés

— Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.
— Si les côtés opposés d'un quadrilatère non croisé sont deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.
— Si les diagonales d'un quadrilatère non croisé se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
— Si les angles opposés d'un quadrilatère non croisé sont deux à deux de même mesure, alors c'est un parallélogramme.

Exercices



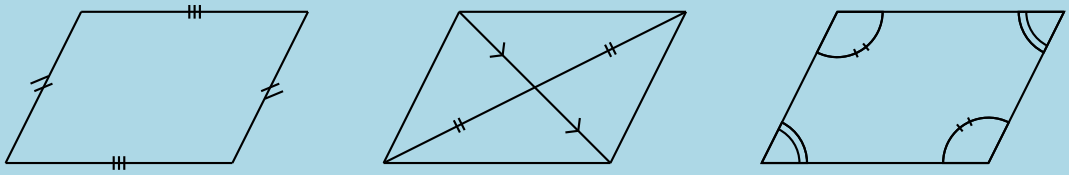

Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$ ?
Justifier.




Calculer $RV$. Justifier.

Méthode

Voici quelques schémas à main levée possibles pour un parallélogramme.



## C) Parallélogrammes particuliers

**Propriété**

Le losange, le rectangle et le carré sont des parallélogrammes particuliers.
Ils possèdent les propriétés du parallélogramme, à savoir :

- les côtés opposés sont parallèles et de même longueur.
- les angles opposés sont de même mesure.
- les diagonales se coupent en leur milieu.

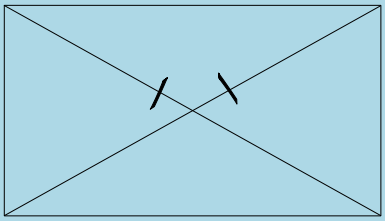
**Propriété**

**Si** un parallélogramme possède deux côtés consécutifs perpendiculaires, **alors** c'est un rectangle.



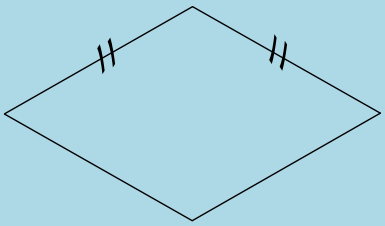
**Propriété**

**Si** un parallélogramme a ses diagonales de même longueur **alors** c'est un rectangle.



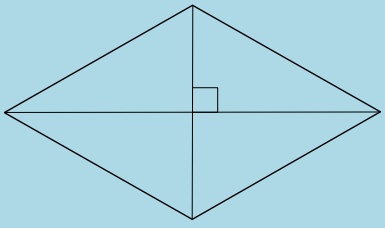
**Propriété**

**Si** un parallélogramme possède deux côtés consécutifs de même longueur **alors** c'est un losange.

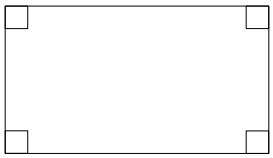
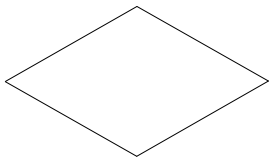
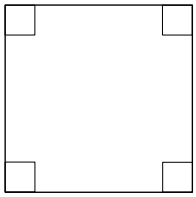
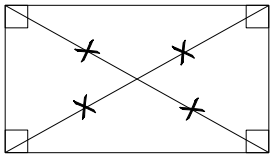
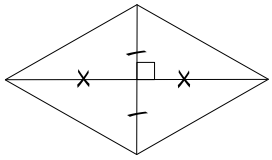
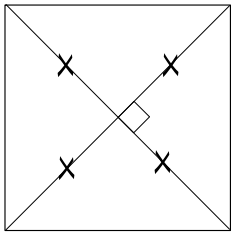
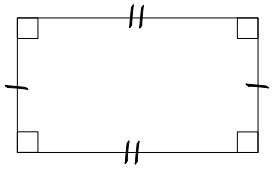
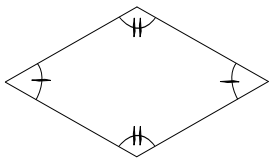
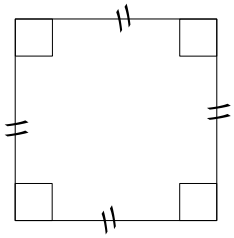


**Propriété**

**Si** un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires **alors** c'est un losange.



# IV) Bilan des propriétés des quadrilatères

| Rectangle | Losange | Carré |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Les côtés opposés sont parallèles | Les côtés opposés sont parallèles | C'est à la fois un rectangle et un losange : il a toutes les propriétés du rectangle et du losange. |
| Les diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur | Les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires | Les diagonales se coupent en leur milieu, elles sont de même longueur et elles sont perpendiculaires entre elles. |
|  |  |  |
| Les côtés opposés sont de même longueur | Les angles opposés sont de même mesure | Les angles opposés sont de même mesure. |
|  |  |  |

Pour retenir les très nombreuses propriétés (et leurs réciproques) sur le parallélogramme, un schéma représentant un parallélogramme avec le codage nous aidera.

