Prébac 2024 – Mathématiques

Section FR A – Lundi 29 janvier 2024 – **Sans calculatrice**

Exercice A02 (6 points)

a) Déterminer une équation de chacune des asymptotes de la courbe représentative de

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2+2x-80}.$$

(4 points)

b) Soient a et b deux réels non nuls. La courbe de $g(x) = \dfrac{ax^2+bx+2}{x-1}$ admet une asymptote oblique d'équation $y = x+6$. Déterminer a et b. *(2 points)*

Exercice A03 (5 points)

Sachant que $\displaystyle\int_3^7 \frac{1}{2x+a}\,\mathrm{d}x = \ln 3$, calculer le réel a.

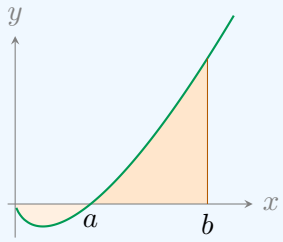
On pourra, sans obligation, effectuer la substitution $u = 2x+a$.

Exercice A05 (5 points)

On a représenté ci-contre la fonction f définie sur $]0;+\infty[$.

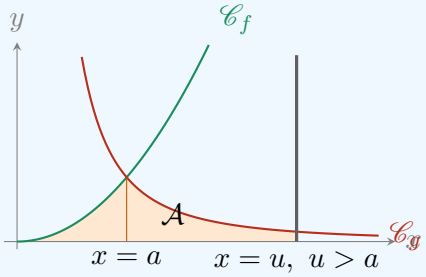
a) Sachant que $\displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = -0{,}25$ et $\displaystyle\int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x = 0{,}39$, calculer $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. *(2 points)*

b) La fonction représentée est définie par $f(x) = x\ln x$. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^2 x\ln x\,\mathrm{d}x$. *(3 points)*



Exercice A08 (6 points)

Dans un repère orthonormé, on considère sur $]0;+\infty[$ les fonctions $f(x) = x^2$ et $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$.
Leurs courbes, la droite d'équation $x = u$ $(u > 1)$ et l'axe des abscisses délimitent la région grisée $\mathcal{A}$ ci-dessous.



a) Calculer l'aire de la surface $\mathcal{A}$ en fonction de u. *(2 points)*

b) Déterminer u pour que l'aire de la surface $\mathcal{A}$ soit égale à 1. *(2 points)*

c) Déterminer si la valeur de la surface $\mathcal{A}$ s'approche d'une valeur limite lorsque u tend vers $+\infty$ et, si oui, la calculer. *(2 points)*