Exercice 27

Soit $a \in \mathbb{R}$ et $z = \dfrac{(2a+2i)^2}{1+i} - a$. Pour quelles valeurs de a le nombre z est-il un imaginaire pur ?

Exercice 28

Déterminer les racines quatrièmes de $z = -8 + 8\sqrt{3}\,i$ puis les représenter dans le plan complexe.

Exercice 29

1. Décrire l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $|z+1-7\,i| = 4$.
2. Décrire l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $|\bar{z}-1-i| = 4$.
3. Décrire l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $|z+1-7\,i| = |3-z+8\,i|$.
4. Décrire l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $\arg(z) = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$.
5. Décrire l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $\arg(z-i) = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$.
6. Décrire l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $\arg\left(\dfrac{z-3}{z+i}\right) = 0 + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$.
7. Décrire l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $\arg\left(\dfrac{z-3+4\,i}{z+1+i}\right) = 0 + k\,\pi \quad k \in \mathbb{Z}$.
8. Décrire l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $\arg\left(\dfrac{z+5+6\,i}{z+i}\right) = \pi + k\,\pi \quad k \in \mathbb{Z}$.
9. Décrire l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $\arg\left(z^2\right) = \dfrac{2\,\pi}{3} + 2k\,\pi \quad k \in \mathbb{Z}$.

Exercice 30

Donner le module et l'argument principal des nombres complexes suivants.

$$z_1 = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - i\,\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right) \qquad z_2 = 4\left(\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\,\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\right) \qquad z_3 = \left(\frac{-\sqrt{3}+i}{-1-i}\right)^2$$

Exercice 31

On réalisera une figure que l'on complétera au fur et à mesure des questions.

On considère les points $A\,(2-3\,i)$, $B\,(i)$ et $C\,(6-i)$.

1. Calculer $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$. En déduire la nature de ABC.
2. À tout point $M(z)$ (avec $z \neq i$) on associe le point $M'(z')$ tel que $z' = \dfrac{i\,(z-2+3\,i)}{z-i}$.
   a) Si $M(1-i)$, déterminer l'affixe de M'.
   b) Si $M'(2\,i)$, montrer que $M \in [AB]$

c) Montrer que pour tout point M distinct de B, on a $OM' = \dfrac{AM}{BM}$.

d) Montrer que pour tout point M distinct de A et B, on a $(\vec{u}\,,\overrightarrow{OM}) = (\overrightarrow{BM}\,,\overrightarrow{AM}) + \dfrac{\pi}{2}\,[2\pi]$.

e) Démontrer que si le point M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$ alors le point M' appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

f) Démontrer que si le point M' appartient à l'axe des imaginaires purs privé du point B, alors le point M appartient à la droite (AB).

Exercice 32 ..... BAC 2024 - Partie A

Donner la forme algébrique de $z = \left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^9$.

Exercice 33 .....

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$.

Exercice 34 .....

$A\,(-2+2\,i)$ $B\,(-3-6\,i)$ $C\,(1)$

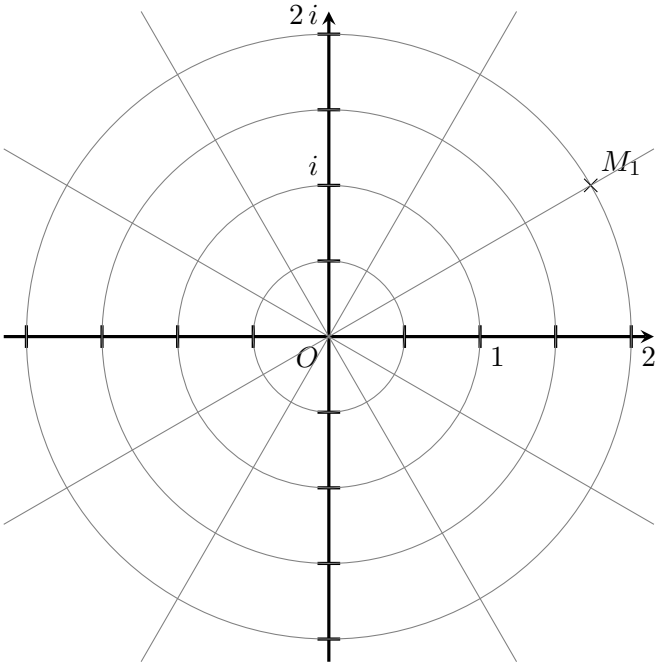
Quelle est la nature du triangle ABC ?

Exercice 35 .....

Donner une forme exponentielle de chacun des complexes suivants.

$z_1 = 2\sqrt{3} + 6\,i$ $z_2 = (1+i\sqrt{3})^4$ $z_3 = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} - i\,\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$

Exercice 36 .....



Dans le plan complexe ci-contre, on a tracé des cercles de centre O, on a trisecté chaque quadrant et on a placé le point $M_1(z_1)$. On considère également les points $M_2(-1+i\sqrt{3})$ et $M_3\left(-\dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}\,i\right)$.

1. Donner la forme algébrique de z_1.
2. Donner la forme exponentielle de z_2 et placer M_2.
3. Calculer $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^{35}$.
4. Résoudre l'équation $z^4 = 8\,z_2$ et placer les points ayant pour affixes les solutions.
5. Déterminer et tracer le lieu des points d'affixe z vérifiant $|z - z_3| = |z_2|$.