Exercice 16

Donner sans justifier un argument de chacun des nombres suivants.

$$1+i \qquad 1-i \qquad \frac{1}{1+i} \qquad -\frac{2}{1-i} \qquad i\,(1+i) \qquad (1-i)^7$$

Exercice 17

Donner sans justifier le module de chacun des nombres suivants.

$$-\sqrt{3} \qquad 7\,i \qquad 1+2\,i \qquad \frac{3-4\,i}{2+i} \qquad (\sqrt{7}-i\,\sqrt{2})^4 \qquad (1-i)^7$$

Exercice 18

Soient $z = 2\,e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z' = 3\,e^{-i\frac{\pi}{4}}$. Donner la forme exponentielle de :

$$z\,z' \qquad z^4 \qquad \frac{3}{z} \qquad \frac{z}{z'}$$

Exercice 19

Donner la forme algébrique de $z = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2025}\right) + i\,\sin\left(\frac{\pi}{2025}\right)\right)^{2025}$

Exercice 20

Donner la forme algébrique des nombres complexes suivants.

$$3\,e^{i\frac{\pi}{2}} \qquad 5\,e^{-i\pi} \qquad \sqrt{3}\,e^{i\frac{5\pi}{6}} \qquad 2\,e^{-i\frac{4\pi}{3}} \qquad \frac{\sqrt{2}}{2}\,e^{i\frac{7\pi}{4}}$$

Exercice 21

Donner la forme exponentielle des nombres complexes suivants.

$$-5\,e^{-i\frac{\pi}{3}} \qquad 4\,e^{\frac{i\pi}{6}}e^{i\frac{\pi}{7}} \qquad \frac{\left(e^{-i\frac{3\pi}{8}}\right)^4}{2\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^6} \qquad \sqrt{3}\,i\,\left(e^{-i\frac{\pi}{12}}\right)^5$$

Exercice 22

Déterminer le module et un argument de $z = 2\,(\sqrt{3}-i)\left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i\,\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)^2$

Exercice 23

Soient $z_1 = 1 + i\,\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3} + i$.

Calculer $z_1\,z_2$ et déterminer les entiers naturels n tels que $(z_1\,z_2)^n$ soit un réel négatif.

Exercice 24

$z = 1 - i\sqrt{3}$

1. Donner la forme exponentielle de z.
2. Donner le module et un argument de z^{15}.
3. Déterminer les entiers naturels n tels que z^n est réel.

Exercice 25 Calculatrice autorisée

$z = 3 - i$ Déterminer le module de z et une valeur approchée d'un argument de z à $0,01$ près.

Exercice 26

Le plan complexe $(\mathcal{P})$ est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{u}\,,\,\vec{v}\,)$. Dans $(\mathcal{P})$, on considère les points suivants.

$$A\,(3+2\,i) \qquad B\,(-2\,i) \qquad C\,(-2+i) \qquad D\,(-2-2\sqrt{3}\,i)$$

a) Sur le plan complexe à compléter au fur et à mesure, placer les points A, B et C.

b) Le triangle ABC est-il isocèle ? Si oui, quel est son sommet principal ?

c) Calculer $\dfrac{z_D - z_B}{z_C - z_B}$ puis préciser si le triangle CBD est rectangle en B.

d) Donner la forme exponentielle de z_D puis placer D le plus précisément possible.

e) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M d'affixes z tels que $|z + 2 + 2\sqrt{3}\,i| = 4$.

f) Démontrer que $O \in (\Gamma)$.

g) Déterminer et construire l'ensemble (Φ) des points M d'affixes z tels que $|z + 2\,i| = |z + 2 - i|$.

