Correction Exercice 7 – L'abreuvoir

Lorsqu'on indique qu'il est tombé 83 mm de pluie, cela signifie que l'eau recueillie sur une surface horizontale formerait une couche d'eau de 83 mm de hauteur, soit 8,3 cm.

On convertit :

$$83 \text{ mm} = 0{,}083 \text{ m}.$$

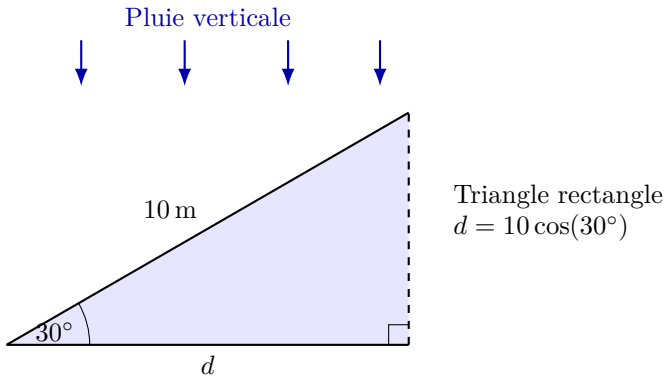
Sur une surface horizontale de 1 m^2, le volume d'eau recueilli est donc :

$$V = 1 \times 0{,}083 = 0{,}083 \text{ m}^3 = 83 \text{ L}.$$

On suppose que toute l'eau recueillie sur le toit se déverse dans l'abreuvoir, qu'il n'y a pas de perte, et que la pluie tombe verticalement.

1. Pourquoi ne pas utiliser directement l'aire du toit ?

Les 83 mm de pluie correspondent à une hauteur d'eau sur une *surface horizontale*. La pluie étant verticale, la surface utile du toit est sa **projection horizontale**, et non son aire inclinée.



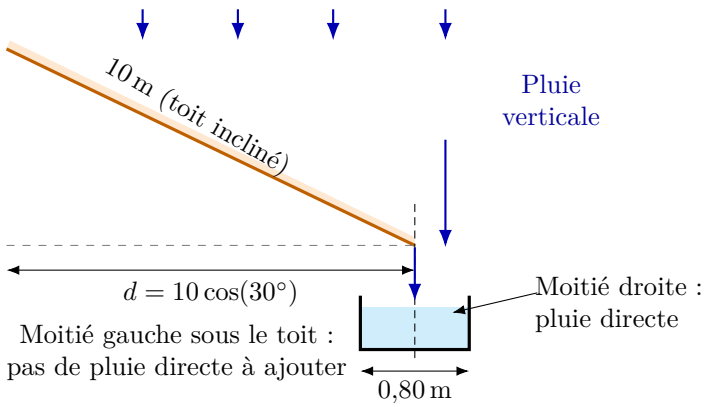
Dans le triangle rectangle, on utilise le cosinus :

$$\cos(30°) = \frac{d}{10} \qquad \Longrightarrow \qquad d = 10\cos(30°) \approx 8{,}66 \text{ m}.$$

2. Surface horizontale qui recueille l'eau du toit

La largeur du toit vaut 4 m. La projection horizontale est donc un rectangle de dimensions d et 4 m :

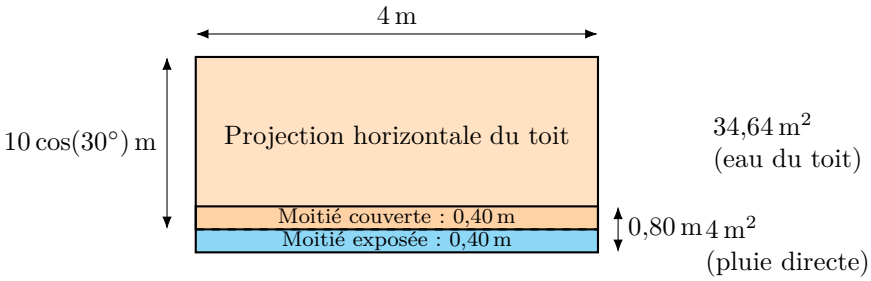
$$S_{\text{toit}} = 4 \times 10\cos(30°) \approx \boxed{34{,}64 \text{ m}^2}.$$



3. Surface supplémentaire reçue directement par l'abreuvoir

L'eau du toit tombe **au milieu** de l'abreuvoir. La moitié de son ouverture est donc sous la projection du toit, et seule l'autre moitié reçoit directement la pluie sans être déjà comptée.

$$S_{\text{directe}} = 10 \times \frac{0{,}80}{2} = \boxed{4\,\text{m}^2}.$$



4. Surface totale de collecte

$$S_{\text{totale}} = 40\cos(30°) + 4 \approx 38{,}64\,\text{m}^2.$$

5. Calcul du volume d'eau

La hauteur de pluie est $83\,\text{mm} = 0{,}083\,\text{m}$. Donc :

$$V = S_{\text{totale}} \times 0{,}083 = (40\cos(30°) + 4) \times 0{,}083 \approx 3{,}207\,\text{m}^3.$$

$$\boxed{V \approx 3\,207\,\text{L}}$$