

Nombres complexes : exercices sur le module

Exercice 1 : Calculer le module des nombres complexes suivants. Donner les résultats sous forme exacte.

1. $z = 3 + 4i$

2. $z = -5 + 12i$

3. $z = 1 - i$

4. $z = -3i$

5. $z = 2\sqrt{3} + 2i$

6. $z = -4 - 4i$

Exercice 2 : On considère les nombres complexes $z_1 = 2 + 3i$ et $z_2 = 1 - 2i$.

Calculer les modules suivants :

1. $|z_1|$

2. $|z_2|$

3. $|z_1 + z_2|$

4. $|z_1 - z_2|$

5. $|z_1 z_2|$

6. $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$

Vérifier que :

$$|z_1 z_2| = |z_1| \times |z_2| \quad \text{et} \quad \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}.$$

Exercice 3 : Déterminer tous les nombres réels x vérifiant les égalités suivantes.

1. $|x + 3i| = 5$

2. $|2x - i| = \sqrt{17}$

3. $|x + 2i| = |3 + 4i|$

4. $|x + 1 + 3i| = 5$

Exercice 4 : Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes.

1. $|z| = 3$

2. $|z - 2| = 4$

3. $|z + 3i| = 2$

4. $|z - (1 + 2i)| = 3$

Pour chaque équation, décrire géométriquement l'ensemble des solutions dans le plan complexe.

Exercice 5 : On considère les points A , B et M d'affixes respectives :

$$z_A = 1 + 2i, \quad z_B = 5 - i, \quad z_M = x + iy.$$

1. Calculer $|z_B - z_A|$.

2. En déduire la distance AB .

3. Exprimer AM et BM à l'aide de modules.

4. Déterminer l'ensemble des points M tels que

$$|z_M - z_A| = |z_M - z_B|.$$

5. Donner une équation cartésienne de cet ensemble.

Exercice 6 : Résoudre dans $\mathbb{C}$ les inéquations suivantes et représenter les ensembles de solutions dans le plan complexe.

1. $|z| \leq 3$

2. $|z - 2i| < 2$

3. $|z + 1 - i| \geq 4$

4. $1 \leq |z - 2| \leq 3$