Intervalles et expressions algébriques ★

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

a) $5(2x-3)-4 \leqslant 3(x+2)+7$

b) $\dfrac{3x-5}{4} > \dfrac{2x+1}{3}$

c) $7-2(3x-1) \geqslant 5x+4$

d) $4x+3 < 4x-5$

e) $(x-2)^2 \leqslant 25$

f) $(2x+1)^2 > 9$

g) $x^2+6x+9 \geqslant 0$

h) $(x+4)^2 < 0$

Exercice 2

Déterminer les intervalles correspondant aux relations d'ordre suivantes.

a) $-3 < x \leqslant 7$

b) $x \leqslant -4 \quad \text{ou} \quad x > 2$

c) $x > -5 \quad \text{et} \quad x \leqslant 1$

d) $x < -2 \quad \text{ou} \quad x \geqslant 6$

e) $-7 \leqslant x < -\dfrac{1}{2}$

f) $x \neq 3$

g) $x \geqslant 0 \quad \text{et} \quad x \neq 4$

h) $-1 < x < 5 \quad \text{et} \quad x \neq 2$

Exercice 3

Déterminer les ensembles correspondant aux caractéristiques suivantes.

a) x est un réel non nul et $x \leqslant 4$

b) $x > -3 \quad \text{et} \quad x \notin [1\,;\,5]$

c) $x \leqslant -2 \quad \text{ou} \quad 1 < x < 6$

d) $x \in [-5\,;\,7] \quad \text{et} \quad x \notin]-1\,;\,3[$

e) $x > 0 \quad \text{et} \quad (x \leqslant 2 \quad \text{ou} \quad x > 5)$

f) $x \notin]-4\,;\,2] \quad \text{et} \quad x < 7$

Exercice 4

Donner une relation d'ordre ou un encadrement équivalent à chacun des cas suivants.

a) $x \in]-\infty\,;\,-3] \cup]2\,;\,+\infty[$

b) $x \in [-4\,;\,7] \setminus \{2\}$

c) $x \in]-5\,;\,0[\cup [3\,;\,8[$

d) $x \in \mathbb{R} \setminus [-2\,;\,4]$

e) $x \in]-\infty\,;\,1[\cup]1\,;\,+\infty[$

f) $x \in [-7\,;\,-2] \cup]4\,;\,+\infty[$

Exercice 5

Écrire plus simplement les ensembles suivants lorsque cela est possible.

a) $[-4\,;\,3] \cap]-1\,;\,7[$

b) $]-\infty\,;\,2[\cup [-3\,;\,5]$

c) $]-5\,;\,1] \cap ([0\,;\,4[\cup]6\,;\,+\infty[)$

d) $(]-\infty\,;\,-2] \cup [3\,;\,+\infty[) \cap]-4\,;\,5[$

e) $[-3\,;\,2[\cup]2\,;\,6]$

f) $(]-\infty\,;\,1[\cap [-2\,;\,4]) \cup \{1\}$

Exercice 6

Compléter le tableau suivant avec la notation d'ensemble la plus efficace possible.

I	J	$I \cap J$	$I \cup J$
$[-3\,;\,4]$	$]1\,;\,6[$		
$]-\infty\,;\,-1[$	$[-1\,;\,3]$		
$]-2\,;\,5[$	$[0\,;\,+\infty[$		
$]-\infty\,;\,2]$	$]-4\,;\,+\infty[$		

Exercice 7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

$a)\ 3(2x-1)-5 \leqslant 4(x+2)$

$b)\ \dfrac{5-2x}{3} > \dfrac{x+4}{2}$

$c)\ x^2 > 16$

$d)\ (x-3)^2 \leqslant 2$

$e)\ \sqrt{x+1} \geqslant 3$

$f)\ \sqrt{2x-1} < 5$

$g)\ (2x-5)^2 \geqslant 49$

$h)\ (3x+2)^2 < 16$

Exercice 8

Résoudre chacune des inéquations suivantes à l'aide d'un tableau de signes.

$a)\ 2x^2-5x-3 \geqslant 0$

$b)\ (3x-2)(x+4)(5-2x) < 0$

$c)\ \dfrac{(x-3)(2x+1)}{(x-2)(x+5)} \geqslant 0$

$d)\ \dfrac{x^2-4x-5}{(2x-3)^2} < 0$

$e)\ \dfrac{(x+2)(x-1)^2}{(3x+4)(x-5)} \geqslant 0$

$f)\ \dfrac{x^2-9}{(x-1)(x+2)} < 0$

Exercice 9

Résoudre les inéquations suivantes.

$a)\ \dfrac{4}{x-2} > \dfrac{3}{x+1}$

$b)\ \dfrac{2x+3}{x-4} \leqslant \dfrac{x-6}{x+2}$

$c)\ \dfrac{x^2-5x+6}{x-1} > x-4$