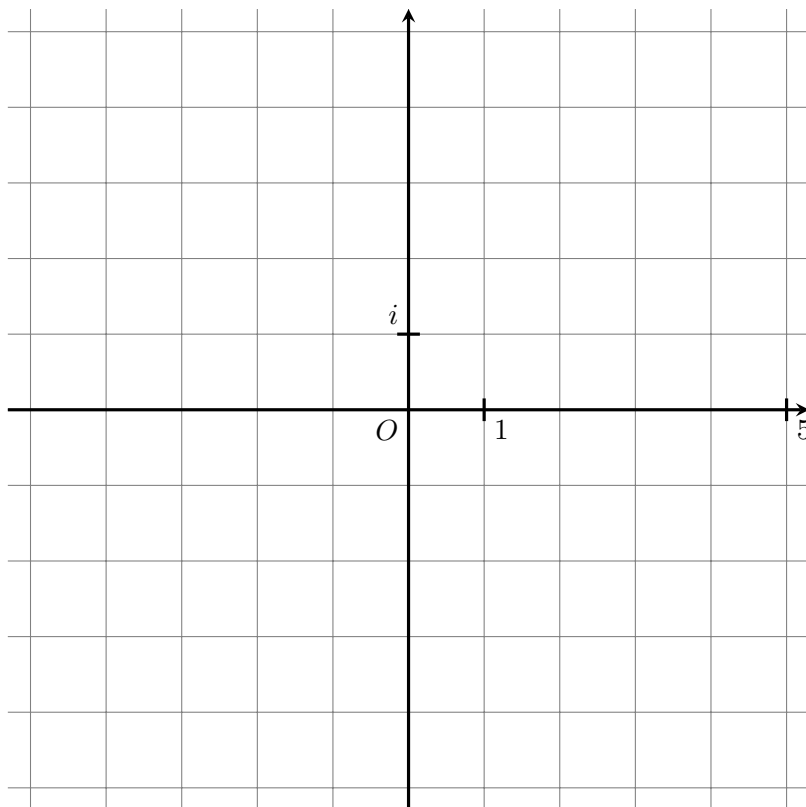


Exercice 6

Dans chaque cas, placer $M(z)$ dans le plan complexe avec précision et rigueur géométrique et donner la forme algébrique de z .

À chaque fois, $k \in \mathbb{Z}$.

a) $|z| = 2$ et $\arg(z) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$

b) $|z| = 1$ et $\arg(z) = \pi + 2k\pi$

c) $|z| = 5$ et $\arg(z) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

d) $|z| = 4$ et $\arg(z) = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

e) $|z| = \sqrt{13}$ et $\arg(z) = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

Exercice 7

1. Déterminer le module et l'argument de chacun des nombres complexes suivants.

$$a = 2i \quad b = -3 \quad c = -2 + 2i \quad d = -4i \quad f = 1 + i\sqrt{3} \quad g = 2\sqrt{3} - 2i$$

2. Placer dans le plan complexe les points $A(a)$, $B(b)$, $C(c)$, $D(d)$, $F(f)$ et $G(g)$.

Exercice 8

1. Déterminer le module et l'argument principal de i , $1 + i$ et $\sqrt{3} + i$.
2. En déduire le module et l'argument principal de chacun des nombres suivants.

$$a) i(1 + i) \quad b) (1 + i)^6 \quad c) \frac{1}{\sqrt{3} + i} \quad d) \frac{-3}{1 + i} \quad e) \frac{(1 + i)^2}{(\sqrt{3} + i)^3}$$

Exercice 9

On considère les points $A(1 + 2i)$, $B(2)$ et $C(-1 + i)$.

1. Placer A , B et C dans le plan complexe.
2. Quelle conjecture peut-on faire concernant le triangle ABC ? Vérifier la conjecture.

Exercice 10

Donner la forme trigonométrique des nombres suivants.

$$a = -2(1+i)^6 \qquad b = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^4 \qquad c = \frac{(\sqrt{3}+i)^6}{(1+i)^{12}}$$

Exercice 11

1. Déterminer les entiers naturels n pour lesquels $(1+i)^n$ est un nombre réel.
2. Déterminer les entiers naturels n pour lesquels $(1+i)^n$ est un nombre imaginaire pur.

Exercice 12

Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

$$\begin{array}{ll} a) \arg\left(\frac{(1+i\sqrt{3})^5}{i}\right) = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} & b) \forall z \in \mathbb{C}, |z+2i| = |z|+2 \\ c) \forall z \in \mathbb{C}^*, \arg(z\bar{z}) = 0 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} & d) |z| = |z-1| \iff \Re(z) = \frac{1}{2} \end{array}$$

Exercice 13

Soient les nombres $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = 2 + 2i$.

1. Donner la forme algébrique de $\frac{z_1}{z_2}$.
2. Donner les formes trigonométriques de z_1 , z_2 et $\frac{z_1}{z_2}$.
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice 14

Donner la forme trigonométrique des nombres suivants. ($n \in \mathbb{N}$)

$$i^n \qquad (1+i)^n \qquad \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n \qquad \frac{(1+i)^n}{(1-i)^{n-2}}$$

Exercice 15

Donner sans justification la forme exponentielle des nombres complexes suivants.

$$\begin{array}{llll} a = -i & b = -10 & c = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} & d = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2} \\ f = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i & g = -1 + i & h = \sqrt{3} - i & k = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^8 \end{array}$$