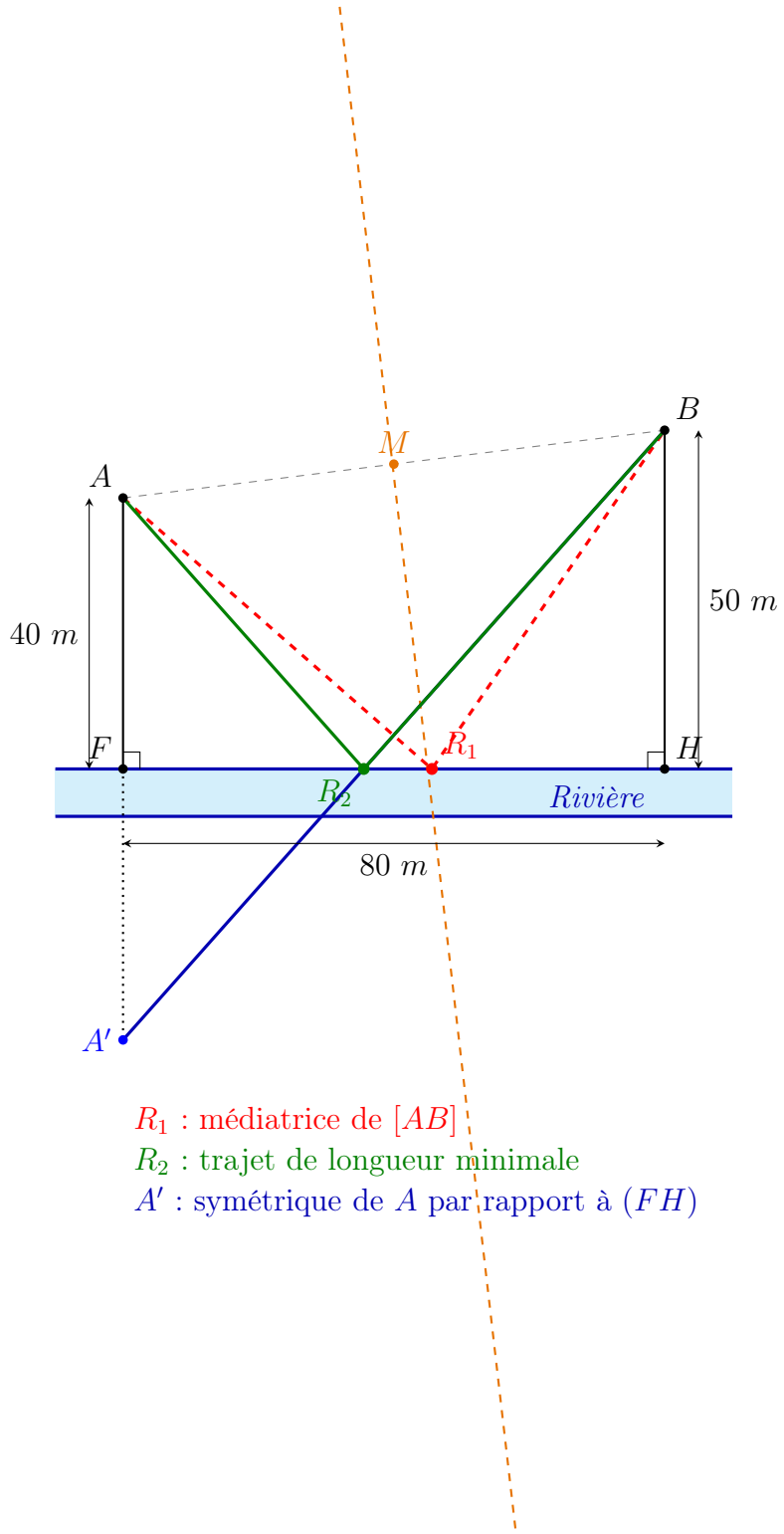
Correction exercice 14 Pythagore

S4 - 2026-2027



R_1 : médiatrice de $[AB]$
R_2 : trajet de longueur minimale
A' : symétrique de A par rapport à (FH)

Correction de l'exercice 14 – La rivière

1. Détermination du point R_1 géométriquement
On cherche un point R_1 situé sur la rive tel que :

$$AR_1 = R_1B.$$

Or, l'ensemble des points équidistants de deux points A et B est la médiatrice du segment $[AB]$.
Il suffit donc de construire la médiatrice de $[AB]$.
Le point R_1 recherché est l'intersection de cette médiatrice avec la droite (FH).
Ainsi, par définition de la médiatrice :

$$\boxed{AR_1 = R_1B}.$$

Marie parcourt donc la même distance avec son seau vide qu'avec son seau plein.

2. Détermination du point R_2 géométriquement
On cherche un point R_2 situé sur la rive pour lequel la distance totale $AR_2 + R_2B$ est minimale.

Construction :

1. Construire le symétrique A' du point A par rapport à la droite (FH).
2. Tracer le segment $[A'B]$.
3. Le point R_2 recherché est l'intersection du segment $[A'B]$ avec la droite (FH).

Justification :
Pour tout point R de la rive, on a :

$$AR = A'R$$

car A' est le symétrique de A par rapport à la droite (FH).
La distance totale parcourue par Marie est donc :

$$AR + RB = A'R + RB.$$

Or, d'après l'inégalité triangulaire :

$$A'R + RB \geqslant A'B.$$

L'égalité est obtenue lorsque les points A', R et B sont alignés, avec R sur le segment $[A'B]$.
C'est précisément le cas lorsque $R = R_2$.
Ainsi :

$$\boxed{AR_2 + R_2B = A'B}.$$

Le trajet est donc minimal lorsque Marie passe par le point R_2.

3. Détermination du point R_1 par le calcul

On cherche un point R_1 situé sur la rive tel que :

$$AR_1 = R_1B.$$

On pose $FR_1 = x$, avec $0 \leqslant x \leqslant 80$.

Puisque les triangles AFR_1 et BHR_1 sont rectangles respectivement en F et en H, le théorème de Pythagore donne :

$$AR_1^2 = AF^2 + FR_1^2 = 40^2 + x^2$$

et

$$BR_1^2 = BH^2 + HR_1^2 = 50^2 + (80 - x)^2.$$

Comme $AR_1 = BR_1$, on obtient :

$$\begin{aligned} 40^2 + x^2 &= 50^2 + (80 - x)^2 \\ 1600 + x^2 &= 2500 + 6400 - 160x + x^2 \\ 160x &= 7300 \\ x &= \frac{365}{8} \\ x &= 45,625. \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\boxed{FR_1 = 45,625 \text{ m}}$$