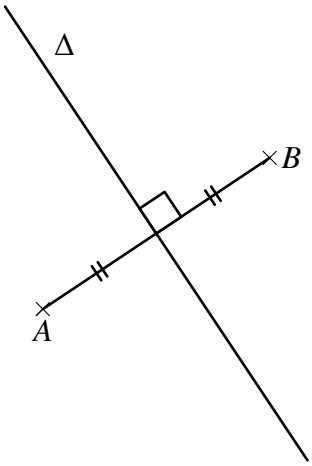
Droites et angles

I) Droites

Définition La **médiatrice** d'un segment est constituée de l'ensemble des points situés à égale distance des extrémités du segment.

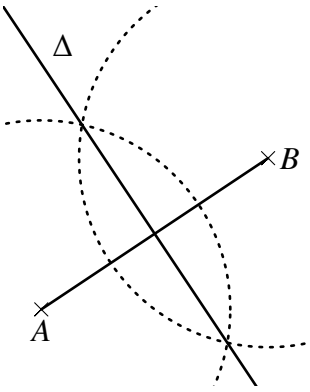
Propriété La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment qui passe par son milieu.



Méthode Ainsi, pour construire la médiatrice d'un segment, il suffit de construire deux points situés à égale distance de ses extrémités.

La droite qui passe par ces deux points est la médiatrice du segment.

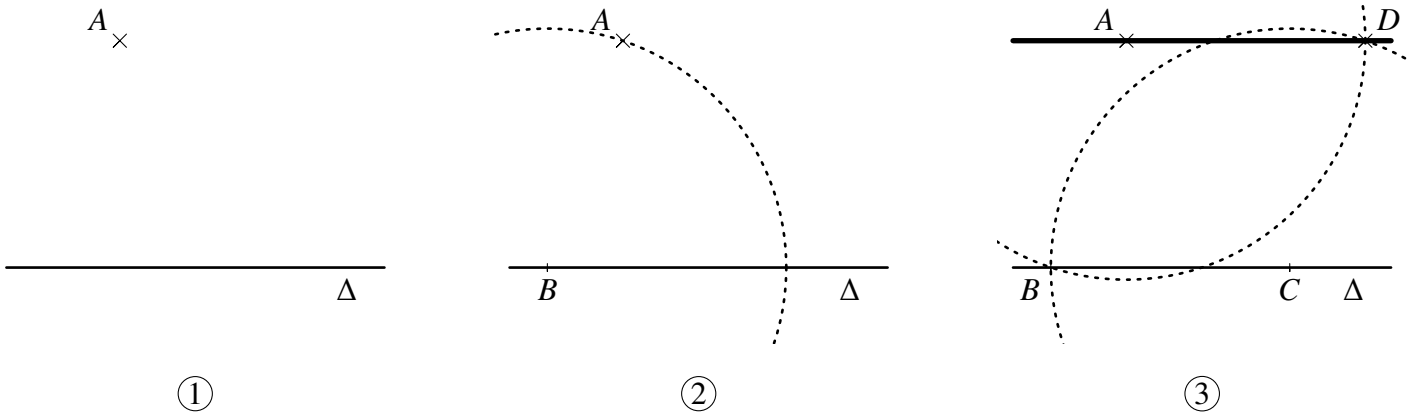
Cela peut se faire au compas et à la règle non graduée.



Propriété Les côtés opposés d'un losange (*quadrilatère dont les quatre côtés sont de même longueur*) sont parallèles.

Méthode Ainsi, on peut construire des droites parallèles au compas et à la règle non graduée.

Exemple Pour tracer la parallèle à Δ passant par A, on peut procéder ainsi :



① ② ③

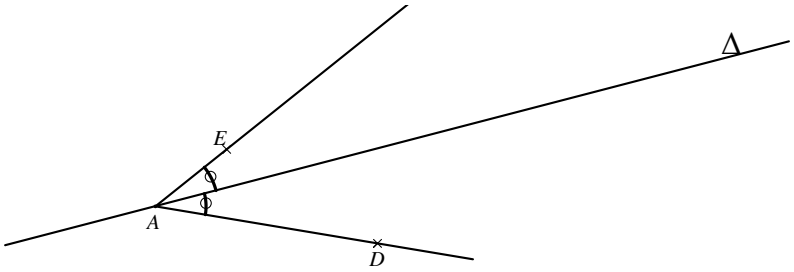
$ABCD$ est un losange, donc $(AD) \parallel \Delta$.

II) Angles

Définition La **bissectrice** d'un angle est la droite qui sépare cet angle en deux angles de même mesure.

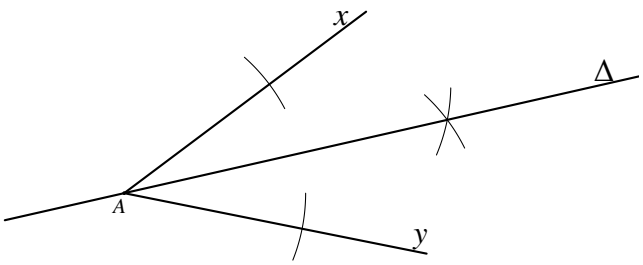
Exemple L'angle $\widehat{EAD}$ est séparé par la droite Δ en deux angles de même mesure (codés de la même manière).

Δ est la bissectrice de l'angle $\widehat{EAD}$.



Méthode On peut tracer la bissectrice d'un angle après l'avoir mesuré et effectué un calcul simple. Mais cette méthode est considérée comme moins précise que celle présentée ci-contre, qu'il convient de savoir mettre en oeuvre.

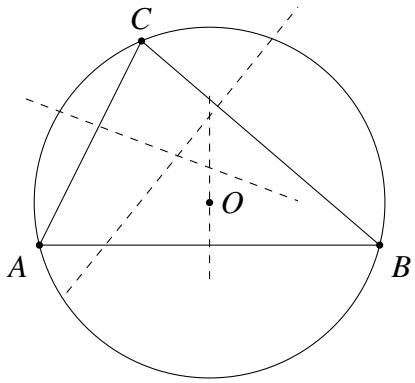
Δ est la bissectrice de l'angle $\widehat{xAy}$.



III) Droites remarquables du triangle

A) Médiatrices

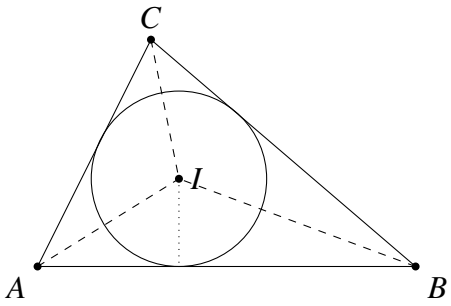
Propriété Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point : le **centre du cercle circonscrit** du triangle.



Les médiatrices sont concourantes en O, centre du cercle circonscrit.

B) Bissectrices

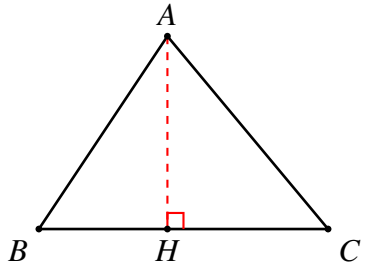
Propriété Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point : le centre du cercle inscrit du triangle.



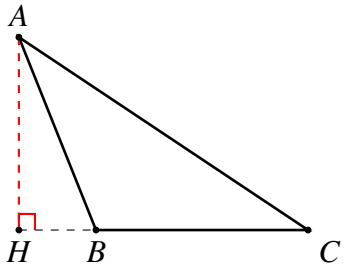
Les bissectrices sont concourantes en I, centre du cercle inscrit.

C) Hauteurs

Définition Dans un triangle ABC, la **hauteur** issue de A (ou hauteur relative au côté $[BC]$) est la droite passant par A et perpendiculaire à (BC).

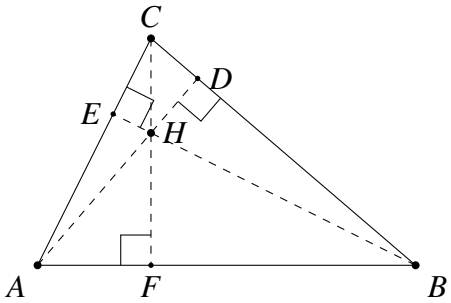


Hauteur à l'intérieur du triangle



Hauteur à l'extérieur du triangle

Propriété Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point : l'**orthocentre** du triangle.

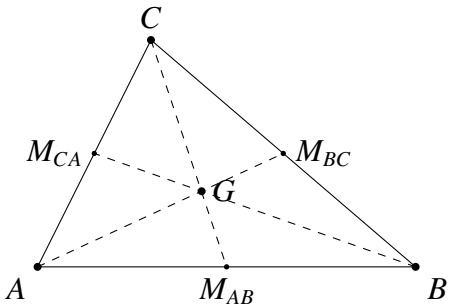


Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en l'orthocentre H.

D) Médianes

Définition Dans un triangle ABC, la **médiane** issue de A est la droite passant par A et par le milieu de $[BC]$.

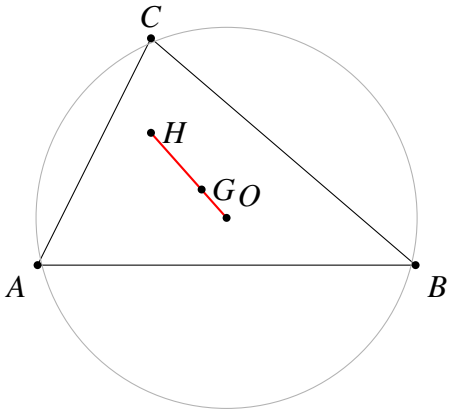
Propriété Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point : le **centre de gravité** du triangle.



Les trois médianes d'un triangle sont concourantes au centre de gravité G.

E) Droite d'Euler

Propriété Le centre de gravité, le centre du cercle circonscrit et l'orthocentre d'un triangle sont alignés. La droite passant par ces trois points s'appelle la **droite d'Euler** du triangle.



Droite d'Euler : les points O, G et H sont alignés.