

Puissances

I) Définition

Définition

Soit a un nombre réel et n un entier naturel non nul. a^n est le produit de n facteurs tous égaux à a , c'est-à-dire : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$
 a s'appelle **la base**.
 n s'appelle **l'exposant**.

Définition

Par convention, si $a \neq 0$, alors $a^0 = 1$.

Exemples

81 est une puissance de 3. En effet, $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$. On écrit $81 = 3^4$.
 $5^7 = 78\,125$. 78 125 est donc une puissance de 5. 5 est la base. 7 est l'exposant.

Remarque

Les puissances de 2 sont notamment très utilisées en informatique. Les premières puissances de 2 sont :

1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024	2 048
---	---	---	---	----	----	----	-----	-----	-----	-------	-------

II) Cas particulier : les puissances de 10

Exemple

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1\,000$$

$$10^4 = 10\,000$$

On remarque que pour tout n entier strictement positif, 10^n est le nombre entier écrit avec un seul chiffre 1 suivi de n chiffre(s) 0.

Exercice

$$3 \times 10^5$$

$$4,803 \times 10^7$$

$$17,592 \times 10^2$$

$$0,006\,328 \times 10^4$$

$$0,000\,045\,3 \times 10^{11}$$

$$11\,700 \times 10^4$$

$$177 \div 10^4$$

$$4\,987,345 \div 10^3$$

$$0,005\,2 \div 10^2$$

$$\frac{1\,234\,567}{10^5}$$

$$\frac{1\,000\,000}{10^6}$$

$$\frac{12}{3 \times 10^4}$$

$$10^1 + 10^3 + 10^5$$

$$2 \times 10^5 + 5 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4$$

III) Propriétés

Propriétés

Dans ce qui suit, a et b sont des nombres réels non nuls et m et n sont des **entiers naturels**.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}, \text{ ou encore } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (m \geq n \text{ en classe de S2})$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$(a \div b)^m = a^m \div b^m, \text{ ou encore } \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Exercice

Simplifier le plus possible les expressions suivantes :

$$10^7 \times 10^4$$

$$4^2 \times 4^3$$

$$2^1 \times 2^0$$

$$4^5 \div 4^3$$

$$5^{10} \div 5^0$$

$$\frac{7^2}{7^1}$$

$$(2^5)^3$$

$$(10 \times 3)^4$$

$$\frac{10^2}{5^2}$$

$$3^5 \times 3^8$$

$$\frac{7^{24}}{7^{15}}$$

$$8^4 \times 3^4$$

$$7^5 \times 2^5 \times 3^5$$

$$(5^3)^{20}$$