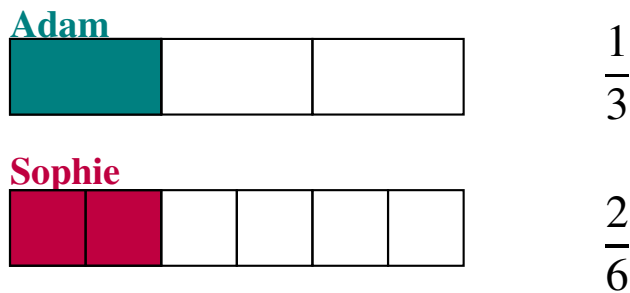


# Fractions

## I) Rappels

**Définition** ||| Deux fractions sont équivalentes lorsqu'elles représentent le même nombre.

Voici une illustration compréhensible de la définition précédente :



Il est assez clair que les deux parties coloriées sont égales, les fractions sont donc équivalentes, et on a :  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

Mais comment faire pour montrer facilement et rapidement que deux fractions sont équivalentes, sans utiliser de représentations ? C'est ce que nous allons voir au paragraphe suivant.

## II) Fractions équivalentes

**Propriété** ||| On ne change pas une fraction si on MULTIPLIE (ou si on DIVISE) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

**Exemples** |||

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{1,5}{3,2} = \frac{1,5 \times 10}{3,2 \times 10} = \frac{15}{32}$$

$$\frac{15}{9} = \frac{15 \div 3}{9 \div 3} = \frac{5}{3}$$

Exercice

Compléter

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{9}{2} = \frac{9 \times \dots}{2 \times 4} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \frac{5}{\dots}$$

C'est bien joli tout cela. Mais à quoi cela peut-il bien servir ?

La plupart du temps, nous utiliserons cette méthode pour simplifier une fraction, ou pour voir si deux fractions sont équivalentes ou non.

Voici un exercice un peu plus intéressant, où nous simplifions les fractions cette fois-ci :

Exercice

Compléter

$$\frac{24}{16} = \frac{24 \div 4}{16 \div \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{50}{10} = \frac{50 \div \dots}{10 \div 10} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{49}{28} = \frac{\dots \div \dots}{\dots \div \dots} = \frac{\dots}{4}$$

Et voici un exercice, où nous voulons savoir si deux fractions sont équivalentes ou non :

Exercice

Les fractions suivantes sont-elles équivalentes ?

$$\frac{24}{16} \text{ et } \frac{12}{8} ?$$

$$\frac{3}{5} \text{ et } \frac{7}{15} ?$$

Exercice

Entourer les fractions équivalentes

$$\frac{6}{8}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{15}{20}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{12}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{30}{40}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{18}{24}$$

$$\frac{5}{4}$$

### III) Addition et soustraction de fractions

Une fraction a sans doute été définie l'an dernier comme le quotient de deux nombres entiers relatifs, le dénominateur étant non nul (cette définition n'est pas toujours celle que l'on trouve dans les dictionnaires de mathématiques).

Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire comme le quotient de deux nombres entiers relatifs, le dénominateur étant non nul.

Une écriture fractionnaire est souvent définie comme le rapport de deux nombres décimaux :  $\frac{2,4}{5}$ ,  $\frac{-4,2}{8,3}$ , etc.

Cela dit, nous travaillerons à l'avenir sans nécessairement faire la distinction entre les fractions, les rationnels et les écritures fractionnaires, les règles de calcul étant similaires.

## Propriété

Pour additionner (ou soustraire) deux écritures fractionnaires ayant le même dénominateur, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs, et on garde le dénominateur commun.

## Exemple

$$A = \frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{5+1}{7} = \frac{6}{7}$$

## Exercices

Calcule les expressions suivantes :

$$B = \frac{8}{7} + \frac{2}{7}$$

$$C = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

## Propriété

Pour additionner (ou soustraire) deux écritures fractionnaires :  
-on les écrit avec le même dénominateur ;  
-on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

## Exemple

$$D = \frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} + \frac{5}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

## Exercices

Calcule les expressions suivantes :

$$E = \frac{7}{3} - \frac{6}{12}$$

$$F = \frac{3}{5} - \frac{7}{20}$$

$$G = \frac{67}{11} - 5$$

## IV) Multiplication de fractions

## Propriété

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

## Exemple

$$H = \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$$

## Exercices

Calcule les expressions suivantes :

$$I = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$$

$$J = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

Attention, il est souvent préférable de simplifier avant de se lancer dans les calculs !

## Exemple

$$K = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$$

$$K = \frac{\textcircled{4}}{\textcircled{5} \times 3} \times \frac{\textcircled{5} \times 5}{\textcircled{4} \times 4}$$

On simplifie les fractions

$$K = \frac{5}{3 \times 4}$$

$$K = \frac{5}{12}$$

## V) Division de fractions

### Propriété

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse

## Exemple

$$L = 3 \div \frac{2}{5} = 3 \times \frac{5}{2} = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2}$$

$$M = \frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

## Exercices

Calcule les expressions suivantes :

$$N = \frac{2}{5} \div \frac{-4}{7}$$

$$O = \frac{4}{22} \div \frac{1}{-11}$$

Attention, il est souvent préférable de simplifier avant de se lancer dans les calculs !

Exemple

$$P = \frac{3}{15} \div \frac{9}{25}$$

$$P = \frac{3}{15} \times \frac{25}{9}$$

$$P = \frac{\textcircled{3}}{\textcircled{5} \times 3} \times \frac{\textcircled{5} \times 5}{\textcircled{3} \times 3} \quad \text{On simplifie les fractions}$$

$$P = \frac{5}{3 \times 3} = \frac{5}{9}$$

## VI) Règles de priorité sur les opérations

Les règles de priorité ont déjà été vues l'an dernier, ce sont les mêmes pour les fractions (et les nombres rationnels).

Rappels

**Règle n°1 :** Dans une expression sans parenthèses qui ne contient que des additions et des soustractions, on effectue les calculs de la gauche vers la droite.

**Règle n°2 :** Dans une expression sans parenthèses, les multiplications et les divisions sont effectuées avant les additions et les soustractions.

**Règle n°3 :** Dans une expression sans parenthèses qui ne contient que des multiplications et des divisions, on effectue les calculs de la gauche vers la droite.

**Règle n°4 :** Dans une expression contenant des parenthèses, on effectue en premier les calculs entre parenthèses (en commençant par les parenthèses les plus intérieures).

Exemple

$$X = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \left( \frac{13}{4} - \frac{1}{2} \right) \quad \text{On effectue les calculs dans les parenthèses les plus intérieures}$$

$$X = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \left( \frac{13}{4} - \frac{2}{4} \right) \quad \text{On met au même dénominateur les deux fractions}$$

$$X = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{11}{4} \quad \text{On effectue la multiplication avant l'addition}$$

$$X = \frac{1}{4} + \frac{11}{8}$$

$$X = \frac{1 \times 2}{4 \times 2} + \frac{11}{8} \quad \text{On met les fractions au même dénominateur}$$

$$X = \frac{2}{8} + \frac{11}{8} \quad \text{On peut maintenant additionner les fractions}$$

$$X = \frac{13}{8} \quad \text{Forme irréductible}$$