

Intégration

Primitives : forme $u'u^k$

Méthode

Pour déterminer une primitive, on peut chercher à reconnaître une expression de la forme $u'u^k$ avec $k \in \mathbb{N}$.
On utilise alors :

$$\boxed{u'u^k \longrightarrow \frac{u^{k+1}}{k+1}}$$

En effet :

$$(u^k)' = ku'u^{k-1}.$$

Exercice 1

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes.

$$f_1(x) = 2x(x^2 + 1)^3$$

$$f_2(x) = 3(3x + 2)^4$$

$$f_3(x) = \cos(x)(\sin x)^5$$

$$f_4(x) = \frac{(\ln x)^4}{x}$$

$$f_5(x) = e^x(e^x + 2)^3$$

$$f_6(x) = -3\sin(x)(2 + 3\cos x)^4$$

Exercice 2

Calculer les intégrales suivantes.

$$I_1 = \int_0^1 2x(x^2 + 1)^3 dx$$

$$I_2 = \int_0^1 3(3x + 2)^4 dx$$

$$I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)(1 + \sin x)^3 dx$$

$$I_4 = \int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

$$I_5 = \int_0^1 e^x(e^x + 1)^2 dx$$

$$I_6 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} -2\sin(x)(3 + 2\cos x)^3 dx$$

Primitives : forme $\frac{u'}{u^k}$

Méthode

Pour déterminer une primitive, on peut chercher à reconnaître une expression de la forme $\frac{u'}{u^k}$ avec $k \geq 2$.

On utilise alors :

$$\boxed{\frac{u'}{u^k} \longrightarrow \frac{1}{(-k+1)u^{k-1}}}$$

Exercice 3

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes sur un intervalle où elles sont définies.

$$f_1(x) = \frac{3}{x^4}$$

$$f_2(x) = \frac{2}{(2x+1)^2}$$

$$f_3(x) = \frac{\cos x}{(2+\sin x)^3}$$

$$f_4(x) = \frac{1}{x(\ln x)^4}$$

$$f_5(x) = \frac{e^x}{(e^x+1)^3}$$

$$f_6(x) = \frac{-\sin x}{(2+\cos x)^4}$$

Exercice 4

Calculer les intégrales suivantes.

$$I_1 = \int_1^2 \frac{3}{x^4} dx$$

$$I_2 = \int_0^1 \frac{2}{(2x+1)^2} dx$$

$$I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(2+\sin x)^3} dx$$

$$I_4 = \int_e^{e^2} \frac{1}{x(\ln x)^3} dx$$

$$I_5 = \int_0^1 \frac{e^x}{(e^x+1)^2} dx$$

$$I_6 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x}{(2+\cos x)^3} dx$$