

Exercice 13

Associer chaque fonction à sa représentation graphique.

$$f : x \mapsto x - 1 + \frac{1}{x-2}$$

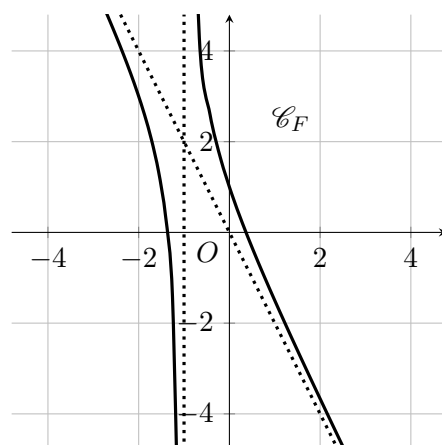
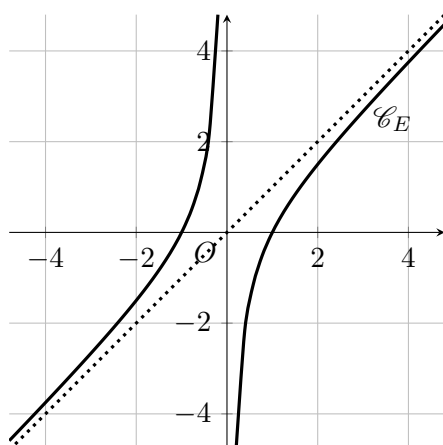
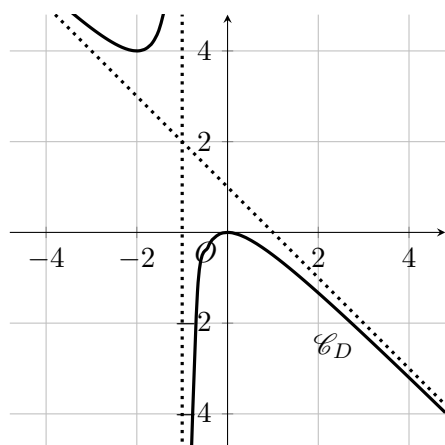
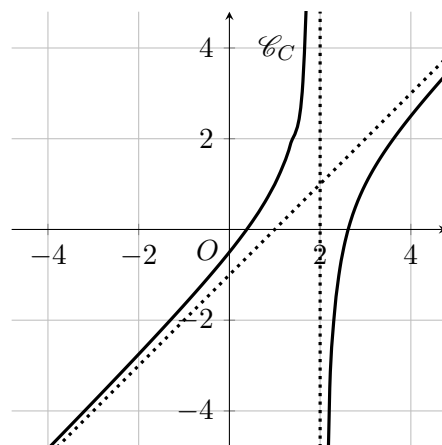
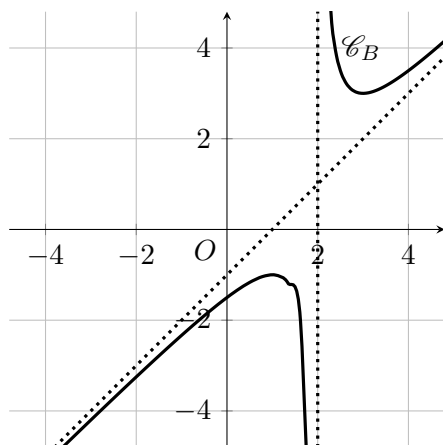
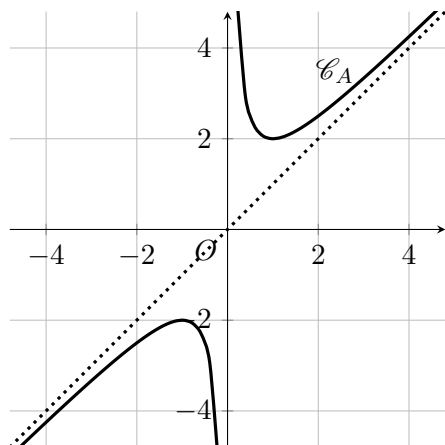
$$g : x \mapsto -2x + \frac{1}{x+1}$$

$$h : x \mapsto x - \frac{1}{x}$$

$$j : x \mapsto x + \frac{1}{x}$$

$$k : x \mapsto -x + 1 - \frac{1}{x+1}$$

$$l : x \mapsto x - 1 - \frac{1}{x-2}$$

**Exercice 14**

$$f : x \mapsto \frac{4-x^2}{2x}$$

$$g : x \mapsto \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$$

Pour chacune des deux fonctions, répondre aux questions suivantes.

1. Donner l'ensemble de définition.
2. Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition.
3. Déterminer les asymptotes à la courbe représentative et la position relative de cette courbe par rapport à chaque asymptote non verticale.
4. Tracer une bonne esquisse de la courbe.

Exercice 15

Dans un repère orthonormé, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \mapsto x + 1 + \frac{x}{e^x}$$

1. Soit la fonction $g : x \mapsto 1 - x + e^x$ dérivable sur $\mathbb{R}$.
Dresser le tableau des variations de g .
2. En déduire le signe de $g(x)$.
3. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
4. Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = e^{-x} g(x)$.
5. En déduire le tableau des variations de f .
6. Constater que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$.
Démontrer alors que $-1 < \alpha < 0$.
7. Étudier les positions relatives de $\mathcal{C}_f$ et de sa tangente $\mathcal{T}$ en 0.
8. $\mathcal{C}_f$ admet-elle une asymptote oblique ? Si oui, donner son équation réduite.
9. Tracer une esquisse de $\mathcal{C}_f$.

Exercice 16

$$f : x \mapsto \frac{3x^2 + 4x - 3}{x + 2} + \frac{\sin x}{x}$$

1. Déterminer le domaine de définition de f .
2. Déterminer les asymptotes verticales de $\mathcal{C}_f$.
3. $\mathcal{C}_f$ admet-elle des asymptotes horizontales ?
4. Justifier que $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote oblique Δ dont on donnera l'équation réduite.
5. Justifier que pour tout réel a strictement positif, même très grand, $\mathcal{C}_f$ et Δ se croisent un nombre infini de fois sur $[a; +\infty[$.

Exercice 17

Soient f et g deux fonctions telles que $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote oblique Δ_1 au voisinage de $+\infty$ et $\mathcal{C}_g$ admet une asymptote oblique Δ_2 au voisinage de $+\infty$.

La courbe représentant la fonction $h = f + g$ admet-elle nécessairement une asymptote oblique ?

Exercice 18

$$f : x \mapsto \frac{3x - 7}{4x^2 - 1} + \frac{(2x - 3)e^x}{1 + e^x} + \frac{(4 - x)e^{-x}}{1 + e^{-x}}$$

Déterminer les asymptotes de $\mathcal{C}_f$.