

	Date de l'examen	DECEMBRE 2023
	Classe	S6FR
	Objet	MATHÉMATIQUES - 5 PÉRIODES PARTIE A
	Durée de l'examen	90 minutes
	Enseignant	M. FRANCOIS

NOM : PRÉNOM :		
Note	Commentaires	Signature
/ 50		

MATÉRIEL AUTORISÉ :

Examen sans outil technologique



Instructions

- Cette épreuve écrite se compose de 1 pages, y compris la page de couverture (1/1 à 1/1).
- Répondre aux questions, sauf indication contraire, sur des feuilles séparées.
- Toute tentative de fraude entraînera l'annulation de votre examen.
- **RENDRE LE SUJET AVEC VOTRE COPIE A LA FIN DE L'ÉPREUVE !**

Bon courage !

Exercice 1 : Nombres complexes

On donne : $z_1 = 2 - 3i$ et $z_2 = -7 + i$ Calculer : a) $z_1 \times z_2$ b) $Re(z_1 + z_2)$ c) $Im(z_1 - z_2)$	/6
--	----

Exercice 2 : Nombres complexes

Déterminer les valeurs réelles de x et de y telles que : $(x + iy)(2 + i) = 3 - i.$	/4
--	----

Exercice 3 : Nombres complexes

Étant donné que z est un nombre réel, trouver les valeurs possibles de $k \in \mathbb{R}$ dans l'équation suivante : $z = \frac{k + 4i}{1 + ki}.$	/4
--	----

Exercice 4 : Suites réelles

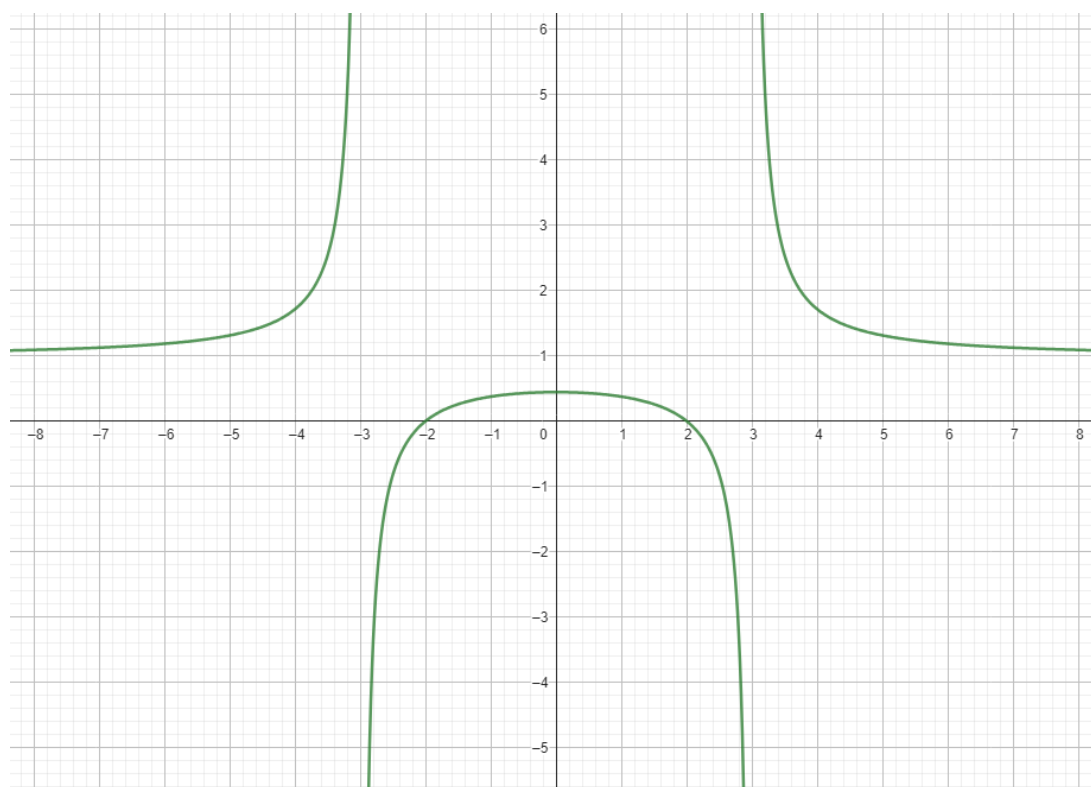
Soit $a_1 = 2$, le 1er terme d'une suite (a_n) . Le terme suivant s'obtient en ajoutant 7. a) Déterminer les six premiers termes de cette suite. b) Déterminer une formule par récurrence pour définir les termes de cette suite. c) Donner une formule explicite pour définir le terme a_n en fonction de n .	/5
--	----

Exercice 5 : Suites réelles

On définit la suite (a_n) par $a_n = \frac{-n+1}{1+n}$ avec $n \in \mathbb{N}$. a) Calculer les cinq premiers termes de la suite (a_n) et placer les dans un graphique. b) Montrer que la suite est monotone et décroissante. c) Calculer les limites suivantes : $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6}{2n+1}\right)$	/8
---	----

Exercice 6 : Fonctions réelles

On donne la représentation graphique d'une fonction f



/6

Déterminer **graphiquement** ...

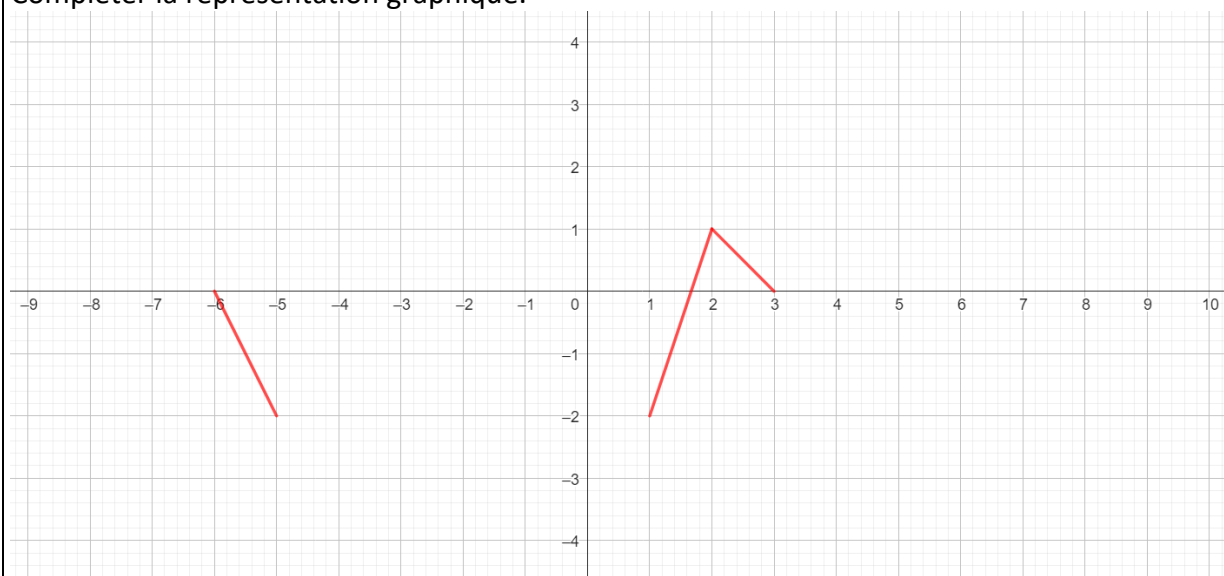
- | | |
|------------------------------------|--------------------------|
| a) Le domaine de définition de f | d) Le signe de $f(x)$ |
| b) Le domaine image de f | e) La parité de f |
| c) Les racines de f | f) La périodicité de f |

Exercice 7 : Fonctions réelles

Une fonction f est définie sur $\mathbb{R}$. Une partie de sa représentation graphique est donnée.

On sait que f est impaire et périodique de période 6.

Compléter la représentation graphique.



/5

Exercice 8 : Fonctions réelles

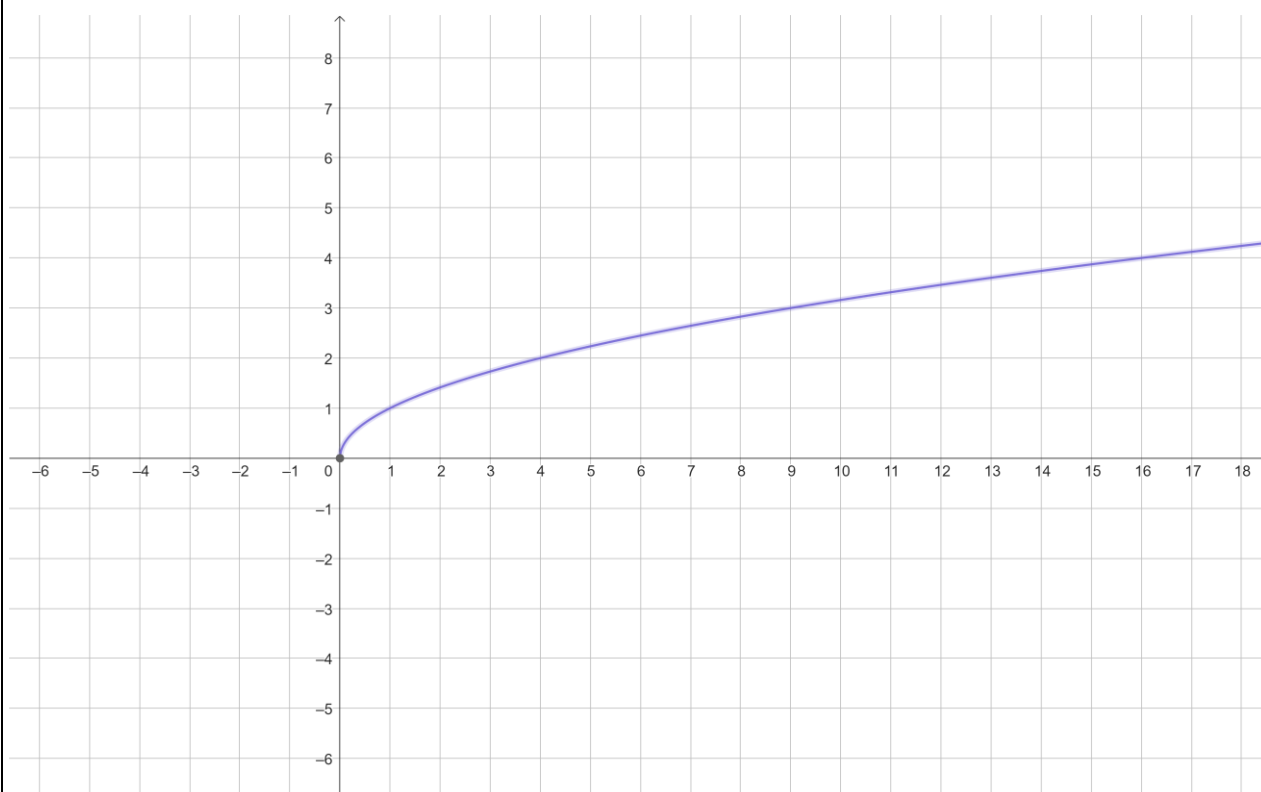
Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x+2}{x^2-2}$ et C sa courbe représentative.

- Donner l'ensemble de définition de f .
- Etudier la parité de f .
- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C avec les axes de coordonnées.
- Faire le tableau de signe de la fonction f , sans justification.

/8

Exercice 9 : Fonctions réelles

On donne le graphe d'une fonction f :



/4

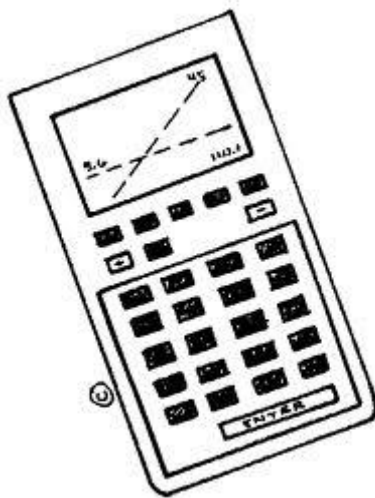
- Quelle est la fonction f représentée ?
- Représenter, en **rouge**, C_g le graphe de la fonction g définie par $g(x) = f(x) - 3$
- Représenter, en **bleu**, C_h le graphe de la fonction h définie par $h(x) = f(x + 4)$
- Représenter, en **vert**, C_k le graphe de la fonction k définie par $k(x) = -2f(x)$

 école européenne de strasbourg	Date de l'examen	Décembre 2023
	Classe	S6FR
	Objet	MATHÉMATIQUES - 5 PÉRIODES PARTIE B
	Durée de l'examen	90 minutes
	Enseignant	M. FRANCOIS

Nom :			Prénom :		
Notes		Commentaires		Signature	
/ 50					

Matériel autorisé

Examen avec outil technologique



Instructions

- Cette épreuve écrite se compose de 4 pages, y compris la page de couverture (1/4 à 4/4).
- Répondre aux questions et montrer clairement tout votre raisonnement.
- Toute tentative de fraude entraînera l'annulation de votre examen.
- **RENDRE LE SUJET AVEC VOTRE COPIE A LA FIN DE L'ÉPREUVE !**

Bon courage !

Exercice 1 :

Un patient reçoit un analgésique contenant 30 mg d'ingrédient actif toutes les heures.
 Dans l'heure qui suit, le corps décompose 20% de l'ingrédient actif dans le corps.

- Calculer la quantité de principe actif dans le corps après la première, la deuxième et la troisième administration, si 25 mg de l'ingrédient actif étaient déjà présents dans le corps une heure avant la première administration.
- Déterminer une suite qui peut être utilisée pour calculer la quantité d'ingrédient actif dans le corps immédiatement après l'administration horaire.

/4

Exercice 2 :

Une suite est décrite par récurrence par $u_1 = 2; u_2 = 3$ et

$$u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$$

- Calculer les sept premiers membres de la séquence et donnez le 10^{ème} terme et le 20^{ème} terme.
- En déduire une formule explicite de la suite.

/5

Exercice 3 :

La suite (a_n) est définie par :

$$a_n = \frac{4n + 2}{2n}, n \in \{1; 2; 3; \dots\}$$

Montrer que la suite (a_n) est monotone et décroissante.

/4

Exercice 4 :

Résoudre les équations suivantes dans l'ensemble des nombres complexes :

$$3x^2 + 7x + 5 = 0$$

$$2(x + 4)(x - 1) = 3(x - 7)$$

/8

Exercice 5 :

Le nombre complexe z satisfait l'équation

$$4z - 3\bar{z} = \frac{1 - 18i}{2 - i}$$

où $\bar{z}$ désigne le conjugué complexe de z .

Résoudre l'équation, en donnant la réponse sous la forme $x + iy$, où x et y sont des nombres réels.

/4

Exercice 6 :

On donne la fonction f telle que $f(x) = x^3 - 13x + 12$

- Donner l'ensemble de définition de f .
- Démontrer que $f(x) = (x - 3)(x^2 + 3x - 4)$
- En déduire les racines de la fonction f .

/5

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

- Déterminer son domaine de définition.
- Calculer l'image de -1 par f .
- Déterminer les éventuels antécédents de 1 par f .
- Etudier si cette fonction est paire, impaire ou ni l'une ni l'autre.

/6

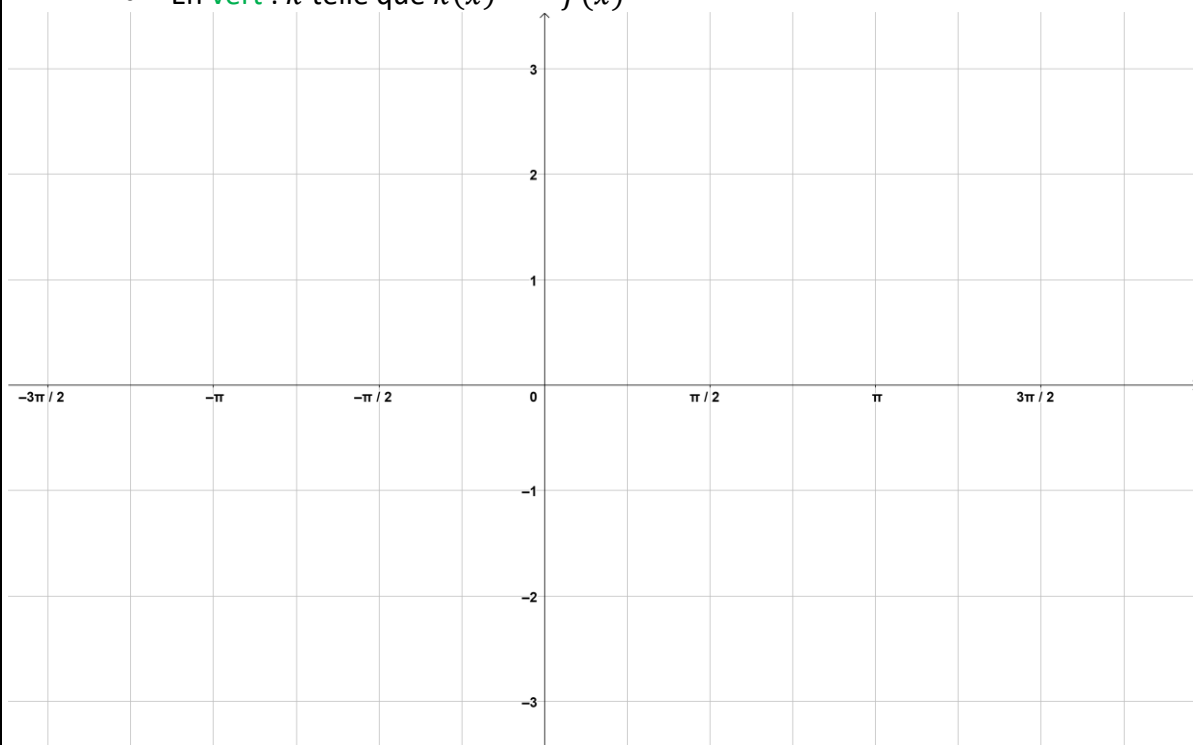
On donne également la fonction g définie par $g(x) = 3x - 1$

- Déterminer $f \circ g(x)$

Exercice 8 :

On donne la fonction f telle que $f(x) = \cos 4x$

- Montrer que f est paire.
- Montrer que f est périodique et en préciser la période.
- Dans le repère ci-dessous, représenter :
 - En **bleu** : f
 - En **rouge** : h telle que $h(x) = f(x) + 2$
 - En **vert** : k telle que $k(x) = -f(x)$



/6

Exercice 9 :

Juliette lance une boulette de papier en direction d'une corbeille de forme cylindrique.

La trajectoire de la boulette est donnée par la courbe d'équation

$$y = -0,16x^2 + 0,48x + 1,08$$

x correspond à la distance en mètres entre Julie et la boulette, et y à la hauteur en mètres de la boulette par rapport au sol.

Le premier rebord de la corbeille se situe à 4 m de Julie, les rebords de la poubelle ont une hauteur de 40 cm, et la corbeille a un diamètre de 30 cm.



/8

- a) Quelle est la forme de la trajectoire de la boulette ?
- b) A quelle hauteur la boulette est-elle lâchée de la main de Julie ?
- c) Déterminer les variations de la trajectoire de la boulette.
- d) La boulette passera-t-elle au-dessus du premier rebord de la corbeille ?
- e) S'il n'y avait pas eu de corbeille, déterminer à quelle distance de Juliette la boulette serait tombée par terre.
- f) Finalement, la boulette est-elle tombée dans la corbeille ?