

Statistiques

I) Tableaux

Introduction

Pour mieux analyser et comprendre une série de données (numériques ou non), on peut les organiser à l'aide de différentes représentations : dans des tableaux, des diagrammes et des graphiques de différentes sortes. Leur lecture est généralement assez simple et intuitive.

Méthode

Un tableau permet de **regrouper** et d'**organiser des données**, afin de lire plus facilement des informations.

A) Tableau à entrée simple

Exemple

On a demandé aux 21 élèves d'une classe de S2 leur pointure. Voici les données recueillies :

37	38	38	40	38	39	35
42	40	38	40	36	36	37
39	35	39	37	38	38	36

1. Regrouper ces données dans un **tableau d'effectifs**. On ajoute généralement une colonne pour y placer l'**effectif total** (le nombre de données).
2. Rédiger une phrase avec le nombre 40 du tableau dans le contexte de l'exemple.

Exercice 1

Le maire d'une petite ville souhaite ouvrir une bibliothèque municipale. Il ne peut l'ouvrir qu'un seul jour par semaine, mais pas le dimanche.

Il a interrogé 72 de ses administrés pour savoir quel jour de la semaine ils souhaitent voir s'ouvrir la bibliothèque. Voici leurs réponses, regroupées dans un tableau d'effectifs.

Jours	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Total
Effectifs	4	8	26		10	18	

1. Compléter le tableau.
2. Rédiger une phrase avec le nombre 8 du tableau dans le contexte de l'exemple.
3. Le maire affirme : « Au moins la moitié des personnes interrogées préfèrent que l'on ouvre la bibliothèque le mercredi ou le samedi. »

A-t-il raison ? Comment peut-on expliquer cela ?

Exercice 2

Dans une classe de collège, les élèves ont répondu à la question :

« Combien de livres as-tu lus pendant les vacances ? »

Les réponses ont été regroupées dans le tableau suivant :

Nombre de livres	0	1	2	3	4	5
Effectifs	3	5	8	6	2	1
Fréquences						

1. Calculer l'effectif total de cette classe.
2. Compléter la ligne des fréquences.
3. Quelle est la fréquence des élèves ayant lu 2 livres ?
4. Quelle est la fréquence des élèves ayant lu au moins 3 livres ?

B) Tableau à double entrée

Exemple

Un professeur de mathématiques met de l'ordre dans la collection de solides de l'établissement. En tout, il y a 21 solides.

Il les classe selon les deux critères suivants :

- leur nature : il y a des prismes droits, des pyramides et des cônes ;
- leur couleur : les solides sont rouges, bleus ou verts.

On sait aussi qu'il y a :

- 7 prismes droits dont 2 sont bleus ;
- 10 pyramides dont 4 sont vertes ;
- 10 solides verts ;
- 6 solides rouges dont 2 prismes droits ;
- un seul cône bleu.

Organiser toutes ces données dans un tableau à double entrée (nature et couleur).

	Rouges	Bleus	Verts	Total
Prismes droits	2	2	3	7
Pyramides	4	2	4	10
Cônes	0	1	3	4
Total	6	5	10	21

II) Diagrammes

Introduction

Pour analyser une série statistique, on peut regrouper ses valeurs dans un tableau mais aussi la représenter graphiquement par divers diagrammes.

Les diagrammes les plus utilisés sont :

- les diagrammes cartésiens ;
- les diagrammes en bâtons ;
- les histogrammes ;
- les diagrammes circulaires.

A) Diagramme cartésien

Définition

On utilise un **diagramme cartésien** pour représenter l'**évolution** d'une grandeur en fonction d'une autre.

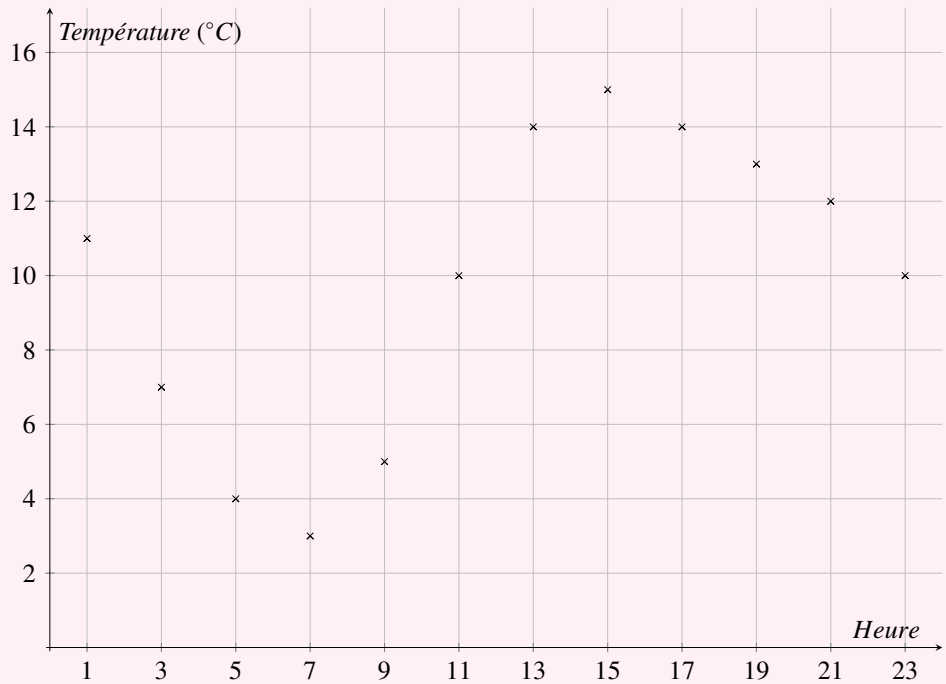
On a relevé toutes les 2 heures les températures de la ville de Luxembourg un jour d'avril 2024. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

Représenter ces données dans un diagramme cartésien.

Heure	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
Température (°C)	11	7	4	3	5	10	14	15	14	13	12	10

On pourra prendre 1 carreau pour 2 h sur l'axe horizontal et 1 carreau pour 2 °C sur l'axe vertical.

Exemple



B) Diagramme en bâtons

Définition

Dans un diagramme en bâtons, les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux nombres qu'ils représentent.

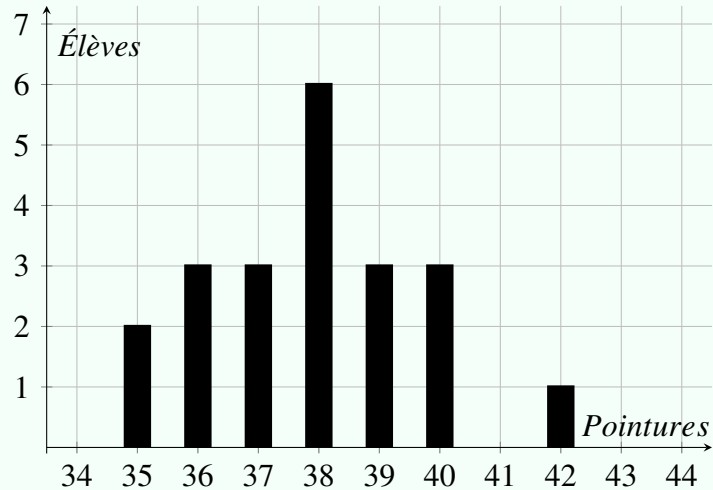
On utilise un diagramme en bâtons pour **comparer** visuellement des données.

Reprenons l'exemple des pointures. Les pointures des élèves sont données par le tableau suivant.

Pointures	35	36	37	38	39	40	42	Total
Effectifs	2	3	3	6	3	3	1	21

Représenter ces données dans un diagramme en bâtons.

Exemple



C) Histogramme

Définition

Un **histogramme** est un diagramme constitué de rectangles accolés.

Dans un histogramme, la largeur des rectangles représente des intervalles de valeurs appelés **classes** et la hauteur des rectangles est proportionnelle aux effectifs correspondants.

Un histogramme permet de représenter la répartition de données numériques regroupées par intervalles.

Remarque

Pour nous simplifier le travail, nous travaillerons uniquement avec des histogrammes dont la largeur des rectangles est toujours la même.

Exemple

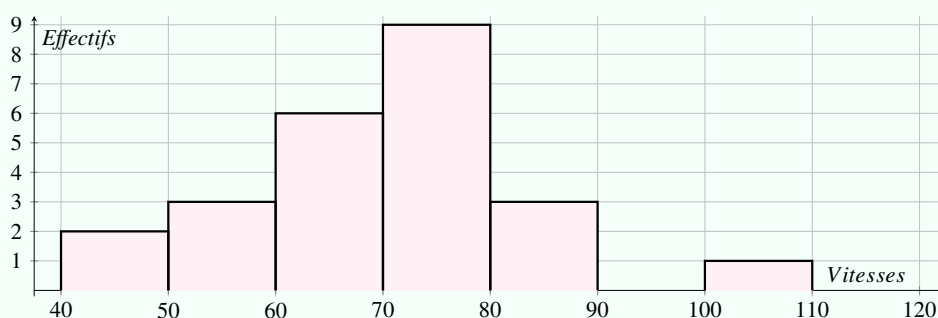
Des gendarmes ont mesuré les vitesses de 24 voitures. Voici les mesures qu'ils ont relevées, en *km/h*.

72 58 63 62 80 71 77 79
 103 70 87 48 53 79 73 67
 58 64 64 78 80 61 47 74

1. Regrouper ces données dans un tableau d'effectifs par classes d'amplitude de 10 *km/h*.

Vitesses (<i>km/h</i>)	[40 ; 50[[50 ; 60[[60 ; 70[[70 ; 80[[80 ; 90[[90 ; 100[[100 ; 110[Total
Effectifs	2	3	6	9	3	0	1	24

2. Représenter ces données dans un histogramme.



D) Diagramme circulaire et semi-circulaire

Définition

Dans un diagramme circulaire, les mesures des angles sont proportionnelles aux nombres (ou aux pourcentages) qu'ils représentent.

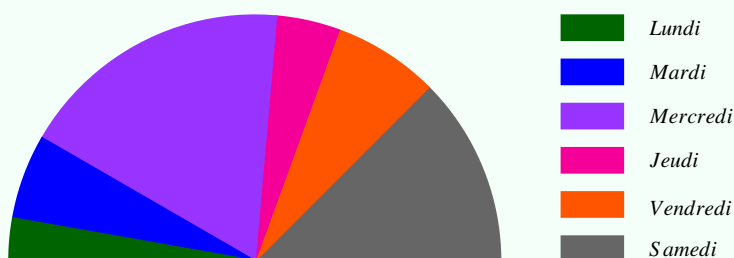
Un diagramme circulaire permet d'observer une **répartition**.

Exemple

Reprenons l'exemple de la bibliothèque. Représenter la situation par un diagramme semi-circulaire.

Jours	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Total
Effectifs	4	8	26	6	10	18	72
Angles							

Chaque secteur angulaire représente un jour de la semaine différent et doit avoir une superficie proportionnelle au nombre de personnes ayant choisi ce jour.



Remarque ||| Pour un diagramme circulaire, le total des mesures d'angles est de 360° .

III) Moyenne, médiane, étendue et mode

Voici les dernières notes qu'ont obtenues 3 élèves :

Anne : 4; 6; 18; 7; 17; 12; 12; 18

Bertrand : 13; 13; 12; 10; 12; 3; 14; 12; 14; 15

Julie : 15; 9; 14; 13; 10; 12; 12; 11; 10

A) Moyennes

Définition

La moyenne d'une série de valeurs est donnée par la formule :

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}$$

La moyenne est une caractéristique de **position**.

Exercice

$$M_{\text{Anne}} =$$

$$M_{\text{Bertrand}} =$$

$$M_{\text{Julie}} =$$

B) Médiane

Définition

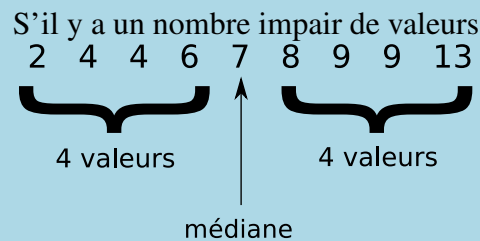
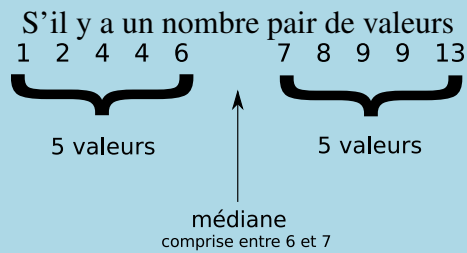
Dans une série de valeurs rangées par ordre croissant, **la médiane** est une valeur qui partage la série en deux parties de même effectif.

Autrement dit, il y a au moins la moitié des valeurs inférieures ou égales à la médiane et au moins la moitié des valeurs supérieures ou égales à la médiane.

La médiane est une caractéristique de **position**.

Pour déterminer la médiane, il faut donc **ordonner** la séries. La médiane partage la série en deux groupes de même effectif. Il faut bien distinguer deux cas : le cas où l'effectif total est **pair** et celui où il est **impair**.

Méthode



Exemples

Anne : 4-6-7-12-12-17-18-18

Il y a ici 8 notes, et 8 est un nombre **pair**. On sait que $\frac{8}{2} = 4$. Il faut donc regarder la 4^e valeur de la série (qui est ici 12) et la 5^e valeur de la série (qui est ici 12).

On a donc Médiane_{Anne} = 12

Bertrand : 3-10-12-12-12-13-13-14-14-15

Il y a ici 10 notes, et 10 est un nombre **pair**. On sait que $\frac{10}{2} = 5$. Il faut donc regarder la 5^e valeur de la série (qui est ici 12) et la 6^e valeur de la série (qui est ici 13), et prendre un élément entre 12 et 13.

On peut prendre par exemple : Médiane_{Bertrand} = $\frac{12 + 13}{2} = 12,5$

Julie : 9-10-10-11-12-12-13-14-15

Il y a ici 9 notes, et 9 est un nombre **impair**. On sait que $\frac{9 + 1}{2} = 5$. Il faut donc prendre la 5^e valeur de la série (qui est ici 12).

On a donc Médiane_{Julie} = 12

C) Étendue

Définition

L'étendue d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de cette série.

L'étendue est une caractéristique de **dispersion**.

Exemple

$$\text{Étendue}_{\text{Anne}} = 18 - 4 = 14$$

$$\text{Étendue}_{\text{Bertrand}} = 15 - 3 = 12$$

$$\text{Étendue}_{\text{Julie}} = 15 - 9 = 6$$

D) Mode

Définition

Le **mode** d'une série statistique est la valeur qui apparaît le plus souvent dans cette série.

Une série peut avoir :

- un seul mode ;
- plusieurs modes ;
- ou ne pas avoir de mode lorsque toutes les valeurs apparaissent le même nombre de fois.

Le mode est une caractéristique de **position**.

Exemples

Exemple 1 : 4 ; 7 ; 5 ; 7 ; 9 ; 7 ; 2

La valeur 7 apparaît 3 fois, plus que toutes les autres valeurs.

On dit donc que le mode de cette série est :

$$\text{Mode} = 7$$

Exemple 2 : 2 ; 5 ; 5 ; 8 ; 8 ; 3

Les valeurs 5 et 8 apparaissent chacune 2 fois.

Cette série possède donc deux modes :

$$\text{Modes} = 5 \text{ et } 8$$

Exemple 3 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5

Toutes les valeurs apparaissent une seule fois. Cette série n'a donc pas de mode.

Exemple 4 : A ; B ; A ; D ; E ; A

$$\text{Mode} = A$$