

Aires et volumes

I) Rappel sur les longueurs

Propriété

Longueur d'un cercle

La longueur d'un cercle est proportionnelle à son diamètre (ou à son rayon).

Plus précisément, la longueur ℓ d'un cercle de diamètre d ou de rayon r avec $d = 2r$ est donnée par les formules suivantes.

$$\ell = \pi d \quad \text{ou} \quad \ell = 2\pi r \quad \text{avec} \quad \pi \approx 3,14$$

II) Aires

Définition

L'**aire** d'une figure fermée du plan est la mesure de sa surface. On parle aussi de la **superficie** de la figure.

A) Rappel : conversion des aires

Définition

L'**unité d'aire** du système international d'unités est le **mètre carré** (m^2).

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2

Remarque

En agriculture, on utilise souvent les unités « are » (a) et « hectare » (ha).
 $1 a = 1 dam^2$ et $1 ha = 1 hm^2$.

Exercice

Effectuer les conversions suivantes.

$$\begin{array}{lll}
 14 \text{ } hm^2 \text{ en } dm^2 & 5,3 \text{ } m^2 \text{ en } km^2 & 0,0309 \text{ } dm^2 \text{ en } cm^2 \\
 13,4 \text{ } mm^2 \text{ en } dam^2 & 0,82 \text{ } ha \text{ en } m^2 & 0,030375 \text{ } dam^2 \text{ en } m^2
 \end{array}$$

B) Formulaire

Propriété

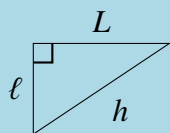
Aire d'un rectangle

L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est donnée par la formule :
 $\mathcal{A} = L \times \ell$

Propriété

Aire d'un triangle rectangle

L'aire de



est égale à : $\mathcal{A} = \frac{L \times \ell}{2}$

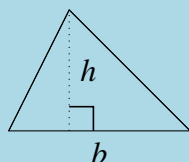
Remarque

On constate simplement qu'un triangle rectangle est la « moitié d'un rectangle » qu'on aurait découpé suivant une de ses diagonales.

Propriété

Aire d'un triangle

L'aire de



est égale à : $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$

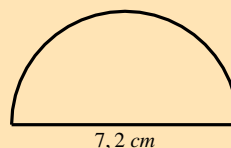
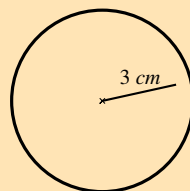
Propriété

Aire d'un disque

L'aire d'un disque de rayon r est donnée par la formule : $\mathcal{A} = \pi r^2$

Exercice

1. Calculer l'aire de chacune des figures ci-contre.
Arrondir au mm^2 près.
2. Calculer leur périmètre. *Arrondir au mm près.*



III) Volumes

Définition

Le **volume** d'un solide est la mesure de l'espace qu'il occupe.
L'**unité de volume** du système international d'unités est le **mètre cube** (m^3).

Définition

Pour les liquides, on parle plutôt de **contenance** ou de **capacité**. L'unité de contenance du système international d'unités est le **litre (L)**. $1 L = 1 dm^3$

Remarque

On peut facilement convertir des volumes dans un tableau de conversions.

			L	dL	cL	mL			
m^3			dm^3			cm^3			mm^3

Exercice

Effectuer les conversions suivantes.

$$0,375 dm^3 \text{ en } mm^3$$

$$4\,398,4 cm^3 \text{ en } dm^3$$

$$153 mm^3 \text{ en } L$$

$$43,5 m^3 \text{ en } mL$$

$$0,082 stère \text{ en } cm^3$$

$$37,5 L \text{ en } m^3$$

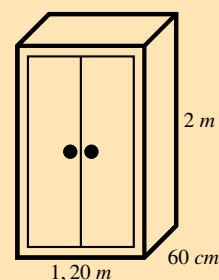
Propriété

Le volume d'un pavé droit de longueur L , de largeur ℓ et de hauteur h est donné par la formule suivante.

$$V = L \times \ell \times h$$

Exercice

Calculer le volume de l'armoire en forme de pavé droit ci-contre.



IV) Prisme droit - Cylindre

A) Prisme droit

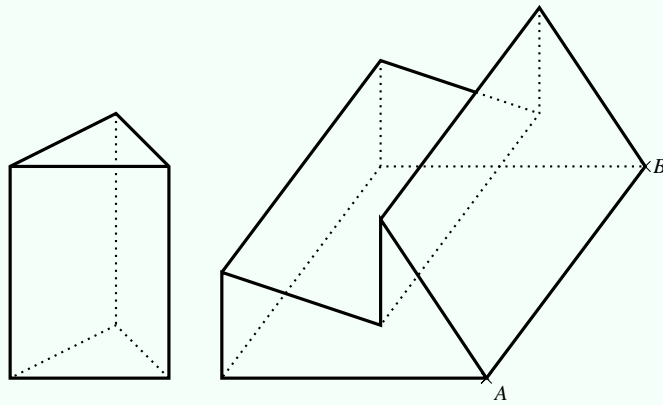
Définition

Un **prisme droit** est un polyèdre (solide constitué de faces polygonales planes) constitué de deux bases polygonales superposables jointes par des rectangles ayant une longueur commune : la **hauteur** du prisme.

Prismes droits à bases triangulaires et pentagonales.

Attention, la hauteur du prisme à base pentagonale est la longueur AB .

Exemple



Remarque

Un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) est un prisme droit particulier ; un cube aussi, évidemment.

Exercice

Compléter le tableau ci-dessous concernant des prismes droits.

Nature de la base	Sommets	Arêtes	Faces
Triangulaire			
Pentagonale			
	12		
		24	
			14
			102
« n-gone »			

B) Cylindre de révolution

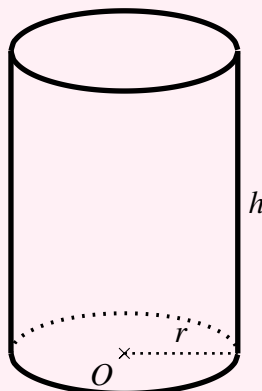
Définition

Un **cylindre de révolution** est un solide engendré par la rotation d'un rectangle autour d'un de ses côtés.

Il est constitué de deux bases circulaires superposables et d'une surface latérale reliant ces deux bases.

La distance entre les bases circulaires est la **hauteur** du cylindre. Le rayon du cercle de base est le **rayon** du cylindre.

Un cylindre est entièrement caractérisé par la donnée de son rayon r et de sa hauteur h .



C) Patrons

Exercice

1. Tracer le patron d'un prisme droit de hauteur 7 cm à base triangulaire. La base aura pour longueurs de côtés 4 cm , 5 cm et 6 cm .
2. Tracer le patron d'un prisme droit à base hexagonale régulière de hauteur 8 cm et de côté de la base 3 cm .
3. Tracer le patron d'un cylindre de rayon $2,5\text{ cm}$ et de hauteur 6 cm .

D) Volumes

Propriété

Le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre dont l'aire de la base est \mathcal{B} et de hauteur h est donné par la formule : $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$

Propriété

Volume d'un cylindre

Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donc donné par la formule :
 $\mathcal{V} = \pi r^2 h$