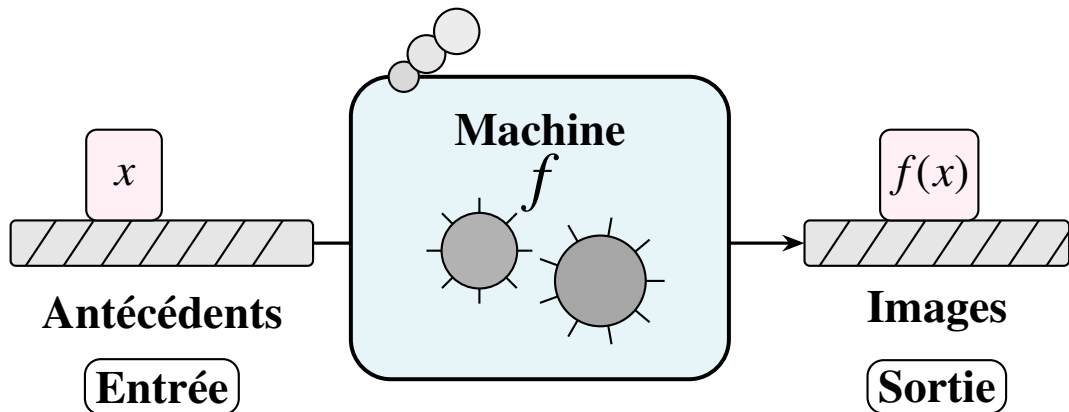


Fonctions affines

I) Notion de fonction



Définition

Une fonction notée f est un **processus mathématique** (une « machine ») qui prend un nombre de départ et le transforme en un autre nombre.

- Le nombre de départ est noté x et s'appelle **l'antécédent**. C'est la variable de la fonction.
- Le nombre obtenu est noté $f(x)$ et s'appelle **l'image de x** .

Expression d'une fonction

On peut noter une fonction de deux manières :

$$f : x \mapsto x^2 + 3$$

ou

$$f(x) = x^2 + 3$$

Calculer une image

Pour déterminer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule en x , il suffit de remplacer x par ce nombre.

Exemple

$$\text{Soit } f(x) = x^2 + 3$$

$$f(4) = 4^2 + 3 = 16 + 3 = 19$$

$$f(-5) = (-5)^2 + 3 = 25 + 3 = 28$$

$$f(0) = 0^2 + 3 = 3$$

Calculer un
antécédent

Pour déterminer le ou les antécédents d'un nombre k par une fonction f , il suffit de résoudre l'équation :

$$f(x) = k$$

Exemple

On cherche les antécédents de 7 par une fonction f définie par $f(x) = x^2 + 3$.

$$x^2 + 3 = 7$$

$$x^2 = 4 \text{ soit } x^2 - 2^2 = 0, \text{ d'où } (x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -2$$

Le nombre 7 possède donc deux antécédents : 2 et -2.

Remarque

Un nombre possède une **unique image** par une fonction.
En revanche, un nombre peut posséder **plusieurs antécédents**.

II) Les différentes façons de présenter une fonction

Formes
d'une
fonction

Une fonction peut être présentée sous différentes formes :

- Une expression littérale (formule)
- Un programme de calcul
- Un tableau de valeurs
- Une représentation graphique

1) Programme de calcul

Définition

Un programme de calcul explique le fonctionnement de la « machine » mathématique.

Exemple

Programme :

- Choisir un nombre
- Le multiplier par lui-même
- Ajouter 3

Si l'on choisit x :

$$x^2$$

$$x^2 + 3$$

On définit donc la fonction :

$$f(x) = x^2 + 3$$

2) Tableau de valeurs

Définition

Le tableau de valeurs permet de définir une fonction car à chaque nombre x de la première ligne, on associe un nombre $f(x)$ dans la deuxième ligne. On regroupe donc un antécédent et son image dans un tableau.

Exemple

x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2 + 3$	7	4	3	4	7

L'image de -2 est 7.

Le nombre 7 possède deux antécédents : -2 et 2.

3) Représentation graphique

Définition

Toute fonction peut être représentée par une courbe appelée représentation graphique.

La représentation graphique est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$.

- L'antécédent se lit sur l'axe des abscisses.
- L'image se lit sur l'axe des ordonnées.

III) Étude de la fonction linéaire

Définition

Une fonction linéaire est une fonction qui traduit une situation de proportionnalité. Elle est de la forme :

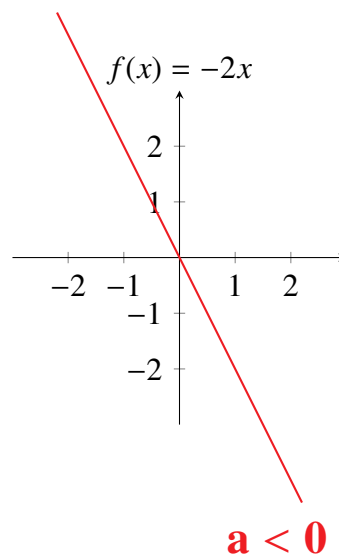
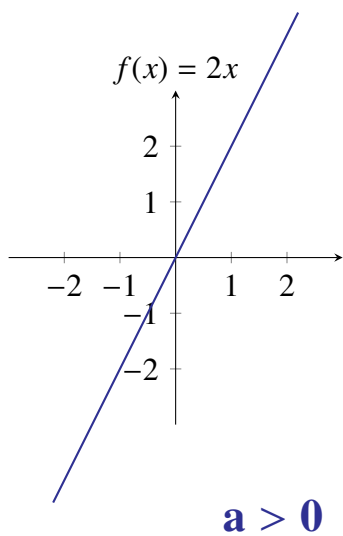
$$f(x) = ax$$

où a est le coefficient directeur de la droite.

Propriété

Le tableau de valeurs d'une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité.
La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine.

- Si $a > 0$, la droite monte.
- Si $a < 0$, la droite descend.
- Si $a = 0$, la fonction est constante.



Tracer une fonction linéaire

- La droite passe par l'origine $(0; 0)$.
- On calcule l'image d'un autre nombre pour obtenir un second point.

On considère la fonction linéaire :

$$f(x) = 0,5x$$

Étape 1 : La droite passe par l'origine (0; 0).

Étape 2 : On calcule l'image d'un autre nombre.

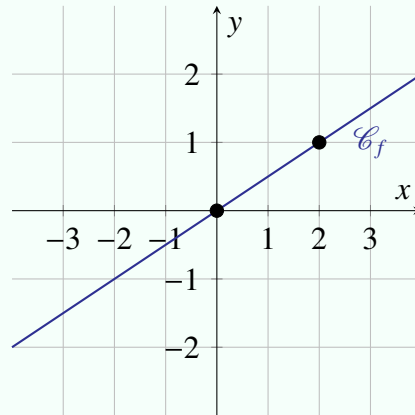
Par exemple pour $x = 2$:

$$f(2) = 0,5 \times 2 = 1$$

On obtient donc le point (2; 1).

La droite passe par (0; 0) et (2; 1).

Exemple



IV) Fonction affine

Définition

Soit x une grandeur et a et b deux nombres réels.

S'il existe une relation qui à x associe $ax + b$, alors cette relation est une **fonction affine**.

On écrit :

$$f(x) = ax + b$$

Le nombre a est appelé **coefficient directeur**.

Le nombre b est appelé **ordonnée à l'origine**.

Remarque

Si $b = 0$, on retrouve une fonction linéaire.

La fonction linéaire est donc un cas particulier de la fonction affine.

Propriété

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite ne passant pas par l'origine.

a représente la pente (ou coefficient directeur). b représente le point d'intersection avec l'axe des ordonnées.

Tracer une fonction affine

Pour tracer la droite :

- On détermine l'ordonnée à l'origine $(0; b)$
- On calcule l'image d'une autre valeur
- On trace la droite passant par ces deux points

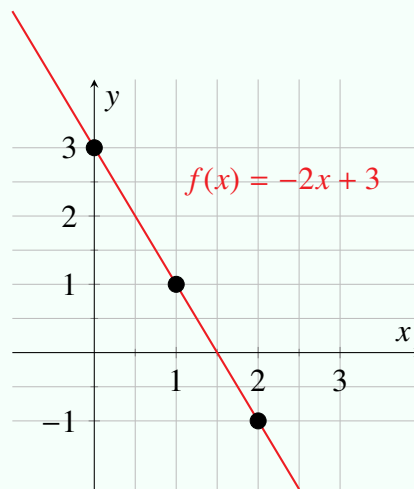
Tracer la fonction $f(x) = -2x + 3$.

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = -1$$

On place les points $(1; 1)$ et $(2; -1)$ puis on trace la droite.

Exemple



Remarques

- L'ordonnée à l'origine b se lit à l'endroit où la droite coupe l'axe des ordonnées.
- Le coefficient directeur a se lit en avançant d'une unité vers la droite et en observant la variation verticale.

Exemple

Dans un fast food, on peut acheter un gobelet pour 3 euros. On peut ensuite le remplir de soda pour 2 euros supplémentaires autant de fois que l'on veut.

Soit N le nombre de remplissages et P le prix total.

On a :

$$P = 2N + 3$$

Il s'agit d'une fonction affine de coefficient directeur 2 et d'ordonnée à l'origine 3.