Nom :
Prénom :

Devoir flash n°6

S6 - 2025-2026

Exercice 1 : (Combinatoires : combinaisons + arrangements)

Dans une classe de 15 élèves, on veut former un groupe de **5 délégués**.
1) Combien de groupes de 5 élèves peut-on former ?
2) On impose que Clara fasse partie des 5 délégués. Combien y-a-t-il de possibilités en tout ?
3) On suppose que les 5 délégués ont été choisis : Clara, Maxime, Hamza, Samuil et Adil. Parmi ces 5 délégués, on choisit ensuite un **président** et un **secrétaire**. Combien y a-t-il de choix possibles ?

Exercice 2 : (Mots / arrangements)

On utilise les lettres suivantes $\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$.
1) Combien de mots de longueur 5 peut-on former, si les répétitions de lettres sont autorisées ?
2) Combien de mots de longueur 5 peut-on former, si les répétitions de lettres ne sont pas autorisées ?

Exercice 3 :

Dériver les fonctions suivantes (sans donner l'ensemble de dérivabilité) :

1. $f(x) = \sin(3x^2 - 5x + 1)$.
2. $g(x) = \dfrac{4x^2 - 5}{2x + 3}$.
3. $h(x) = \sqrt{8x^2 + \cos x}$.

Correction Exercice 1 :

Dans une classe de 15 élèves, on veut former un groupe de **5 délégués**.

1) On choisit 5 élèves parmi 15 (l'ordre ne compte pas) :

$$\binom{15}{5} = \frac{15!}{5!\,10!} = 3003.$$

2) Clara doit faire partie du groupe : on fixe Clara, puis on choisit 4 élèves parmi les 14 restants :

$$\binom{14}{4} = \frac{14!}{4!\,10!} = 1001.$$

3) Les 5 délégués sont déjà choisis : Clara, Maxime, Hamza, Samuil et Adil. On choisit un président et un secrétaire (rôles différents, donc ordre important) :

$$A_5^2 = 5 \times 4 = 20.$$

Correction Exercice 2 :

On utilise les lettres $\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$ (8 lettres).

1) Mots de longueur 5 avec répétition autorisée : 8 choix à chaque position :

$$8^5 = 32768.$$

2) Mots de longueur 5 sans répétition : arrangement de 5 lettres parmi 8 :

$$A_8^5 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720.$$

Correction Exercice 3 :

1. $f(x) = \sin(3x^2 - 5x + 1)$.
   On pose $u(x) = 3x^2 - 5x + 1$. Alors $u'(x) = 6x - 5$ et on a :
   $$f'(x) = u'(x) \cdot \cos(u(x)) = (6x - 5)\cos(3x^2 - 5x + 1).$$
2. $g(x) = \dfrac{4x^2 - 5}{2x + 3}$.
   On pose $u(x) = 4x^2 - 5$ et $v(x) = 2x + 3$. Alors $u'(x) = 8x$ et $v'(x) = 2$. Par la formule du quotient :
   $$g'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)} = \frac{8x(2x+3) - (4x^2 - 5)\cdot 2}{(2x+3)^2}.$$
   On simplifie le numérateur :
   $$8x(2x+3) = 16x^2 + 24x, \qquad 2(4x^2 - 5) = 8x^2 - 10,$$
   donc
   $$g'(x) = \frac{16x^2 + 24x - (8x^2 - 10)}{(2x+3)^2} = \frac{8x^2 + 24x + 10}{(2x+3)^2}.$$
3. $h(x) = \sqrt{8x^2 + \cos x}$.
   On pose $w(x) = 8x^2 + \cos x$, alors $h(x) = \sqrt{w(x)}$ et
   $$w'(x) = 16x - \sin x.$$
   Par la dérivation de la racine :
   $$h'(x) = \frac{w'(x)}{2\sqrt{w(x)}} = \frac{16x - \sin x}{2\sqrt{8x^2 + \cos x}}.$$