

Nom :
Prénom :

Devoir flash n°6

S2 - 2025-2026

Exercice 1 :

Dans une classe de 12 élèves, on doit former un bureau composé d'un président, d'un secrétaire, d'un trésorier et de deux assesseurs (5 rôles différents, donc).

- 1) Combien y a-t-il de bureaux possibles ?
- 2) Parmi les 12 élèves, Alice doit être **présidente**. Combien y a-t-il de bureaux possibles ?

Exercice 2 :

On utilise les lettres suivantes $\{A,B,C,D,E,F\}$.

- 1) Combien de mots de longueur 4 peut-on former (**répétition autorisée**) ?
- 2) Combien de mots de longueur 4 peut-on former **sans répétition** ?
- 3) Combien de mots de longueur 4 **sans répétition** contiennent **exactement 2 voyelles** ?

Exercice 3 : Dériver les fonctions suivantes (sans donner l'ensemble de dérivabilité) :

1. $f(x) = \cos(-4x^2 - 3x + 2)$.
2. $g(x) = \sqrt{2x^3 + x + 1}$.

Correction Exercice 1

Dans une classe de 12 élèves, on attribue 5 rôles **tous différents**.

1) On choisit et on ordonne 5 élèves parmi 12 (arrangement) :

$$A_{12}^5 = 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 = 95040.$$

2) Alice est présidente : on fixe Alice au rôle de président, puis on attribue les 4 autres rôles à 4 élèves parmi les 11 restants :

$$A_{11}^4 = 11 \times 10 \times 9 \times 8 = 7920.$$

Correction Exercice 2

On utilise les lettres $\{A, B, C, D, E, F\}$.

1) Mots de longueur 4 avec répétition autorisée : pour chaque position, 6 choix possibles :

$$6^4 = 1296.$$

2) Mots de longueur 4 sans répétition : c'est un arrangement de 4 lettres parmi 6 :

$$A_6^4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360.$$

3) Mots de longueur 4 sans répétition contenant exactement 2 voyelles.

On considère que les voyelles sont A et E (donc 2 voyelles), et les consonnes sont $\{B, C, D, F\}$ (4 consonnes).

- Choisir les 2 positions des voyelles parmi 4 : $\binom{4}{2}$.
- Placer les 2 voyelles A et E dans ces positions : $2!$ façons.
- Choisir et ordonner 2 consonnes parmi 4 : A_4^2 façons.

Donc le nombre total vaut :

$$\binom{4}{2} \times 2! \times A_4^2 = 6 \times 2 \times (4 \times 3) = 144.$$

Autre manière de voir les choses :

On place les voyelles, sans s'occuper des positions : 2 choix pour la première, puis 1 pour la deuxième : 2×1 .

On place les consonnes, sans s'occuper des positions : 4 choix pour la première, 3 pour la seconde : 4×3

On regarde toutes les positionnement possible : $2 \times 1 \times 4 \times 3 \times$ positions voyelles (le reste sera des consonnes)
 $= 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times \binom{4}{2} = 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 6 = 144$

Correction Exercice 3

1. On pose $u(x) = -4x^2 - 3x + 2$. Alors $f(x) = \cos(u(x))$ et $u'(x) = -8x - 3$.

$$f'(x) = -\sin(u(x)) \cdot u'(x) = -\sin(-4x^2 - 3x + 2)(-8x - 3) = (8x + 3) \sin(-4x^2 - 3x + 2).$$

On peut aussi écrire $f'(x) = -(8x + 3) \sin(4x^2 + 3x - 2)$.

2. $g(x) = \sqrt{2x^3 + x + 1}$. On pose $v(x) = 2x^3 + x + 1$, alors $g(x) = \sqrt{v(x)}$. On a $v'(x) = 6x^2 + 1$.

$$g'(x) = \frac{v'(x)}{2\sqrt{v(x)}} = \frac{6x^2 + 1}{2\sqrt{2x^3 + x + 1}}.$$