Calcul littéral

S2 - 2025-2026

I) Simplifications d'écriture et opérations

Méthode

Pour marquer la priorité de la multiplication, le symbole « × » peut être enlevé dans certains cas :

$3 \times a$ s'écrit $3a$

$a \times b$ s'écrit ab

$4 \times (a - 2)$ s'écrit $4(a - 2)$

Remarque

2×3 ne s'écrit pas 23
On écrit 2a, mais on n'écrit pas a2 : le nombre s'écrit toujours devant la lettre.

Additions, soustractions	Multiplications
$3\,x + 7$ ne se réduit pas	$3 \times x = 3x$
$3\,x + 7\,x = 10\,x$	$3\,x \times 7 = 21\,x$
$3\,x - 7\,x = -4\,x$	$3\,x \times 7\,x = 21\,x^2$
$3\,x^2 + 7\,x$ ne se réduit pas	$x \times 4 = 4x$
$3\,x^2 + 7\,x^2 = 10\,x^2$	$3\,x^2 \times 7\,x = 21\,x^3$
$3\,x + 7\,y$ ne se réduit pas	$3\,x \times 7\,y = 21\,x\,y$

Exercice 1

Simplifier le plus possible l'écriture des expressions suivantes :

$2 \times x$	$5 \times a + 3 \times b$	$4 \times 5 - 7 \times a + a \times c$
$y \times 3$	$x \times y$	$5 \times (4 - 3 \times a) \times 4$
$a \times b \times c$	$4 \times 5 + 5 \times a$	$c \times c \times c$
$4 \times a \times 5$	$a \times b - c \times d$	$2 \times L + 2 \times l$
$4 - 3 \times a$	$2 \times \pi \times r$	$3,2 \times x \times 3 \times x$
$5 - x \times 3$	$4 - (a \times b + 7)$	$4x \times 2x \times 3x$

Exercice 2

Simplifier le plus possible l'écriture des expressions suivantes :

$23x^2 + 7x + 3 + 3x^2 + 12x - 7$	$17x^2 - 9x + 5 - 10x^2 - 5x - 20$
$9 - 5x^2 - 3x + 7x^2 - 11$	$-8x^2 + 3y + 6x + 1 - 3x^2 - 5y$
$5x^2 - 3x \times 8 + 2 \times 16 + 11x - 4x \times 6x - 31$	$2x - 6x \times 9x + 11 + 37x^2 - 8x \times 5$

II) Distributivité simple

Soient a, b et k trois nombres réels. On a alors :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

Nous pouvons simplifier cette expression comme vu précédement en supprimant les signes $\times$ inutiles.
Nous obtenons alors les formules suivantes :

$k(a + b) = ka + kb$	$k(a - b) = ka - kb$
$(a + b)k = ak + bk$	$(a - b)k = ak - bk$

Exercice 3

Développer et réduire les expressions suivantes :

$3(x - 4)$ $\quad$ $2(x + y)$ $\quad$ $6(3 - x)$
$(x + 4) \times 5$ $\quad$ $x(x + 1)$ $\quad$ $x^2(x^3 - 2)$
$3(2 + 7a) - 5a$ $\quad$ $a(2a + 1) + 7(3a + 4)$

III) Suppression de parenthèses

Propriété

L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

Méthode

- Si une expression entre parenthèses est précédée par un « + », les parenthèses ne sont pas utiles et on peut s'en débarrasser.
- Si une expression entre parenthèses est précédée par un « − », on peut supprimer les parenthèses en distribuant le « − » à chacun des termes à l'intérieur des parenthèses. Chaque terme à l'intérieur des parenthèses sera remplacé par son opposé lorsqu'on voudra écrire l'expression sans parenthèses.

Exemples

Réduire les expressions littérales.

F= $7x^2 + (9x - 5 + 2x^2) - 11x + 6 - (3x^2 - 8x + 1)$
F= $7x^2 + 9x - 5 + 2x^2 - 11x + 6 - 3x^2 + 8x - 1$
F= $7x^2 + 2x^2 - 3x^2 + 9x + 8x - 11x + 6 - 5 - 1$
F=$6x^2 + 6x$

G=$3x \times 5x - (2x^2 \times 7 - 5x + 10) + (3x - 2)$
G=$15x^2 - 14x^2 + 5x - 10 + 3x - 2$
G=$15x^2 - 14x^2 + 5x + 3x - 10 - 2$
G= $x^2 + 8x - 12$

IV) Équations

A) Notion d'équation et vocabulaire

Vocabulaire

Inconnue : c'est une lettre qui cache un nombre cherché.

Équation : c'est une égalité qui contient une inconnue. Par exemple : $10x - 2 = 2x + 3$.

Résoudre une équation : c'est chercher et trouver le nombre caché sous l'inconnue.

Solution : c'est le nombre caché sous l'inconnue. Ici, il s'agit de $x = 0{,}625$.

Vérification : $10 \times 0{,}625 - 2 = 2 \times 0{,}625 + 3$, donc 0,625 est une solution.

Exercice

Le nombre 14 est-il une solution de l'équation $4(x - 2) = 3x + 6$?

Correction : Oui, car $4(14 - 2) = 48$ et $3 \times 14 + 6 = 48$.

B) Exemple concret

Exercice

Une carte d'abonnement pour le cinéma coûte 10 euros. Avec cette carte, le prix d'une entrée est de 4 euros.

1. Calculer le prix à payer pour 2, 3, puis 10 entrées.
2. Soit x le nombre d'entrées. Exprimer en fonction de x le prix à payer en comptant l'abonnement.

Correction :

1. Pour 2 entrées : $10 + 2 \times 4 = 18$ euros.
   Pour 3 entrées : $10 + 3 \times 4 = 22$ euros.
   Pour 10 entrées : $10 + 10 \times 4 = 50$ euros.
2. $4x + 10$

C) Résolution d'équation du 1^{er} degré à une inconnue

Exemple

Résoudre l'équation $17x - 20 = 8x + 88$. On peut procéder comme ci-dessous.

$$17x - 20 = 8x + 88$$

$$17x - 20 + 20 = 8x + 88 + 20 \quad \text{Objectif : aucun terme sans } x \text{ à gauche du « = »}$$

$$17x = 8x + 108$$

$$17x - 8x = 8x + 108 - 8x \quad \text{Objectif : aucun terme en } x \text{ à droite du « = »}$$

$$9x = 108$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{108}{9} \quad \text{Objectif : Isoler } x$$

$$x = 12 \quad \text{équation résolue}$$

On note enfin l'ensemble des solutions. $\mathcal{S} = \{12\}$

12 est la solution de l'équation $17x - 20 = 8x + 88$. C'est facile à vérifier.

$$17 \times 12 - 20 = 204 - 20 = 184 \qquad 8 \times 12 + 88 = 96 + 88 = 184$$

Remarque

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$.
Par exemple, si l'on doit résoudre l'équation $\frac{x}{x+5} = \frac{2}{3}$, on pourra écrire $3\,x = 2(x+5)$ et résoudre cette équation comme précédemment après avoir développé son second membre.

D) Mise en équation d'un problème

Pour résoudre un problème en mathématique, il est parfois utile de le « mettre en équation ». Cela consiste à traduire le problème par une équation dont l'inconnue est généralement la valeur cherchée, puis à la résoudre.

Méthode

Pour résoudre ce type de problèmes, on procède par étapes :

1. Choix de l'inconnue
2. Mise en équation
3. Résolution de l'équation
4. Conclusion (phrase réponse)

Exemple

Un snack vend des sandwiches et des boissons. Tous les sandwiches sont au même prix. Toutes les boissons coûtent 1,20 euros. Albert achète 23 sandwiches et 14 boissons. Bernard achète 15 sandwiches et 36 boissons. Ils payent tous les deux le même montant. Quel est le prix d'un sandwich ?

1. Choix de l'inconnue
   Soit x le prix d'un sandwich, en euros.
2. Mise en équation
   On sait que 23 sandwiches et 14 boissons sont au même prix que 15 sandwiches et 36 boissons. Donc : $23\,x + 14 \times 1,20 = 15\,x + 36 \times 1,20$
3. Résolution de l'équation

$$\begin{aligned}
23\,x + 14 \times 1,20 &= 15\,x + 36 \times 1,20 \\
23\,x + 16,8 &= 15\,x + 43,2 \\
23\,x + 16,8 - 16,8 &= 15\,x + 43,2 - 16,8 \\
23\,x &= 15\,x + 26,4 \\
23\,x - 15\,x &= 15\,x + 26,4 - 15\,x \\
8\,x &= 26,4 \\
\frac{8\,x}{8} &= \frac{26,4}{8} \\
x &= 3,3
\end{aligned}$$

4. Conclusion
   Un sandwich coûte 3,30 euros.

Exercice

Un père a 26 ans de plus que son fils. Dans 4 ans l'âge du père sera le triple de celui de ton fils.

Déterminer l'âge actuel du père et de son fils.