

Exercice 1

Juliette a 4 jupes, 5 chemisiers et 3 vestes. Elle choisit au hasard une jupe, un chemisier et une veste.

De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?

Exercice 2

n personnes se retrouvent à une réunion et se serrent la main. Combien de poignées de main sont-elles échangées ?

Exercice 3

Combien de diagonales (reliant deux sommets non consécutifs) contient un polygone convexe à n sommets ?

Exercice 4

Combien de mots de 7 lettres alternant consonnes et voyelles peut-on former :

- si l'on peut utiliser plusieurs fois la même lettre ?
- si l'on ne peut pas utiliser plusieurs fois la même lettre ?

Exercice 5

Combien y a-t-il d'anagrammes du mot « MATH » ?

Exercice 6

Combien peut-on former de numéros de téléphone à 10 chiffres commençant par 06 ?

Exercice 7

- Combien peut-on former de plaques d'immatriculation luxembourgeoises (2 lettres suivies de 4 chiffres) ?
- Et françaises (2 lettres - 3 chiffres - 2 lettres) ?

Exercice 8

Combien d'anagrammes écrire avec chacun des mots « DEUX », « EXCELLENCE » et « ABRACADABRA » ?

Exercice 9

On choisit 3 élèves au hasard parmi 21. Combien y a-t-il de choix possibles ?

Exercice 10

On considère les ensembles $E = \{a; b\}$ et $F = \{1; 2; 3\}$. Écrire tous les éléments de $E \times F$.

Exercice 11

Simplifier au maximum.

$$A = \frac{21!}{20!}$$

$$C = \frac{6!}{3! \times 3!}$$

$$E = \frac{6! - 5!}{5!}$$

$$G = \frac{6 \times 4!}{5!}$$

$$I = \frac{1}{5!} - \frac{42}{7!}$$

$$K = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$$

$$B = \frac{17!}{15!}$$

$$D = \frac{9!}{5! \times 4!}$$

$$F = \frac{9!}{6! \times 3!}$$

$$H = \frac{7! \times 5!}{10!}$$

$$J = \frac{(n+1)!}{(n-1)!}$$

$$L = \frac{(n-1)!}{n!} - \frac{n!}{(n+1)!}$$

Exercice 12

Écrire avec des factorielles.

$$A = 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

$$B = \frac{5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9}{3 \times 2}$$

$$C = n(n+1)(n+2)$$

Exercice 13

Calculer sans calculatrice

$$A = \binom{6}{2}$$

$$B = \binom{12}{8}$$

$$C = \frac{\binom{7}{5}}{\binom{9}{6}}$$

$$D = \frac{\binom{5}{3} \times \binom{6}{4}}{\binom{9}{3}}$$

Exercice 14

$$n \geq 2 \text{ et } 1 \leq p \leq n. \text{ Montrer que : } n \times \binom{n-1}{p-1} = p \times \binom{n}{p}$$

Exercice 15

Dans chaque cas, déterminer l'entier n .

$$a) \quad \binom{n}{2} = 36$$

$$b) \quad 3 \times \binom{n}{4} = 14 \times \binom{n}{2}$$

Exercice 16

1. Dénombrer les anagrammes du mot « PATRICE ».

2. Dénombrer les anagrammes du mot « PATRICE » :

- a) commençant et finissant par une consonne ;
- b) commençant et finissant par une voyelle ;
- c) commençant par une consonne et finissant par une voyelle ;
- d) commençant par une voyelle et finissant par une consonne.

Exercice 17

De combien de façons différentes peut-on distribuer les maillots de foot numérotés de 1 à 24 aux 24 joueurs d'une équipe de foot ? Et s'il n'y a que 20 joueurs ?

Exercice 18

Un QCM de 15 questions propose 4 réponses possibles par question parmi lesquelles une seule est correcte. De combien de façons peut-on répondre à ce questionnaire ?

Exercice 19

Pour une course comptant 18 athlètes, on attribue une médaille d'or, une d'argent et une de bronze. Combien de podiums un parieur peut-il envisager ?

Exercice 20

Un octet est composé de 8 chiffres à choisir dans $\{0 ; 1\}$. Combien d'octets différents peut-on composer ?

Exercice 21

Soit A l'ensemble des nombres entiers de 4 chiffres dont le premier est non nul.

1. Déterminer $Card(A)$.
2. Dénombrer les éléments de A :
 - a) composés de 4 chiffres distincts ;
 - b) composés d'au moins 2 chiffres identiques ;
 - c) composés de 4 chiffres distincts autres que 5 et 7.

Exercice 22

Lors d'un tournoi, chacune des 8 équipes doit affronter les autres. Combien de matches faut-il organiser ?

Exercice 23

Une classe de 32 élèves composée de 19 garçons et 13 filles doit élire ses deux délégués.

1. Combien y a-t-il de choix possibles ?
2. Et si l'on impose un garçon et une fille ?
3. Deux garçons ont été élus. Combien de possibilités cela fait-il ?

Exercice 24

De combien de façons peut-on choisir 3 femmes et 2 hommes parmi 10 femmes et 5 hommes ?

Exercice 25

Alice et Bob font partie d'un club de 18 personnes. 5 d'entre elles doivent faire une représentation dans une école.

1. Combien de groupes différents peut-on constituer ?
2. Dans combien de groupes différents peut-on trouver Alice ?
3. Combien de groupes peut-on constituer sans qu'Alice et Bob se retrouvent ensemble dans le groupe ?

Exercice 26

Un sac contient 5 jetons verts numérotés de 1 à 5 et 4 jetons rouges numérotés de 1 à 4.

1. On tire successivement et sans remise 3 jetons du sac.
Calculer la probabilité de tirer 3 jetons verts. 0 jeton vert. 2 jetons verts. 1 seul jeton vert.
2. On tire simultanément 3 jetons du sac. Reprendre les questions précédentes.
3. On tire successivement et avec remise 3 jetons du sac. Reprendre les questions précédentes.

Exercice 27

Un portemanteau comporte 5 patères alignées. Combien a-t-on de possibilités de placer :

1. 3 manteaux identiques ?
2. 3 manteaux de couleurs différentes ?
3. 5 manteaux de couleurs différentes ?
4. 4 manteaux identiques ?

Exercice 28

4 garçons et 2 filles s'assoient sur un banc.

1. Quel est le nombre de dispositions possibles ?
2. Et si les garçons sont d'un côté et les filles de l'autre ?
3. Et si chaque fille est intercalée entre deux garçons ?
4. Et si les filles veulent rester l'une à côté de l'autre ?

Exercice 29

Michel descend un escalier d'une ou deux marches à chaque pas.

Combien y a t-il de manières de descendre cet escalier sachant qu'il y a 13 marches ? [lien](#)

Exercice 30

Pour une séance de tirs aux buts, l'entraîneur doit choisir 5 tireurs et leur ordre de passage parmi ses 11 joueurs. Combien a-t-il de choix ?

Exercice 31

Au loto, on doit choisir 6 numéros parmi les nombres de 1 à 49.

1. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
2. Combien y a-t-il de tirages possibles avec exactement 4 numéros gagnants ?
3. Combien y a-t-il de tirages possibles avec au moins 4 numéros gagnants ?

Exercice 32

Un fleuriste veut composer des bouquets de 5 roses. Il a le choix entre 8 variétés de roses.

1. Combien de bouquets différents peut-il composer ?
2. Et s'il veut des bouquets constitués de 5 roses toutes différentes ?

Exercice 33

Au poker, on constitue une main avec 5 cartes piochées dans un jeu de 52 cartes.

1. Combien y a-t-il de mains différentes ?
2. Combien y a-t-il de mains avec au moins un trèfle ?
3. Combien y a-t-il de mains avec au moins une figure ?
4. Combien y a-t-il de mains avec au moins un as ou un trèfle ?
5. Combien y a-t-il de mains avec au moins un as et au moins un trèfle ?
6. Combien y a-t-il de mains avec un carré ? un full ? une couleur ? une suite ? un brelan ?

Exercice 34

Alice possède une partie d'un jeu de 52 cartes. Elle a au moins une carte mais le jeu n'est pas complet. Combien y a-t-il de compositions possibles pour le jeu de cartes d'Alice ?

Exercice 35

L'entrée d'un immeuble est commandée par un digicode qui possède 10 chiffres et 4 lettres. Un code comporte cinq éléments, à savoir trois chiffres suivis de deux lettres.

1. Combien y a-t-il de codes possibles ?
2. Combien de codes commencent par le chiffre 0 ?
3. Combien de codes commencent par trois chiffres identiques ?
4. Combien de codes ont deux lettres identiques ?

Exercice 36

Une urne contient 4 boules rouges, 3 boules jaunes et 2 boules vertes. On tire au hasard trois boules simultanément.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. Déterminer le nombre de tirages comportant 3 boules de la même couleur.
3. Déterminer le nombre de tirages comportant 1 boule de chaque couleur.
4. Déterminer le nombre de tirages comportant 3 boules de deux couleurs différentes seulement

Exercice 37

Une urne A contient 2 boules blanches, 3 boules vertes et 5 boules rouges. Une urne B contient 4 boules vertes. On tire simultanément deux boules de l'urne A que l'on place dans l'urne B , puis on tire trois boules simultanément de l'urne B . Déterminer le nombre de tirages tricolores possibles.

Exercice 38

Sur une ligne de 16 cases, on place quatre jetons de même couleur sur quatre cases différentes.

1. De combien de façons peut-on les disposer ?
2. Et si les jetons étaient tous de différentes couleurs ?

Exercice 39

Le jeu de *Master Mind*® se joue à deux joueurs. Un joueur dispose cinq pions dans cinq trous, les pions sont choisis parmi huit couleurs, et le joueur dispose de cinq pions de chaque couleur. L'autre joueur doit deviner la disposition choisie par le premier. Le constructeur annonce 59 049 combinaisons possibles. Est-ce justifié ?

Exercice 40

Au poker, on utilise un jeu de cinquante deux cartes réparties en quatre *couleurs* (pique, coeur, carreau, trèfle). Une **main** est un ensemble de 5 cartes différentes.

- a) Combien existe-t-il de mains différentes ?
- b) Combien existe-t-il de mains contenant exactement un valet ?
- c) Combien existe-t-il de mains contenant au moins trois coeurs ?
- d) Combien existe-t-il de mains dont les 5 cartes sont de la même couleur ?
- e) Combien existe-t-il de mains contenant un carré ?

Exercice 41

En informatique, un raccourci clavier est un ensemble de touches que l'on actionne simultanément pour effectuer une certaine action. Un exemple classique est **Ctrl+C** qui effectue une copie.

On se limite dans cette question aux 26 touches des lettres associées à une des touches **Ctrl**, **Alt** et **Shift**.

- a) Combien y a-t-il de raccourcis de deux touches ?
- b) Combien y a-t-il de raccourcis de trois touches ? (deux des touches étant **Ctrl**, **Alt** ou **Shift**)

Exercice 42

Un club sportif compte 42 adhérents : 22 filles et 20 garçons. On souhaite former une équipe de 12 personnes.

- Combien existe-t-il d'équipes ne contenant que des filles ?
- Combien existe-t-il d'équipes contenant autant de filles que de garçons ?
- Daniel est le capitaine. Il décide de constituer une équipe (dont il fait partie) qui doit avoir deux fois plus de garçons que de filles. Combien peut-il constituer d'équipes ?

Exercice 43

Un quartier résidentiel comporte 335 appartements. Parmi ceux-ci, on compte 155 appartements avec une cave, dont 55 comportent également un garage. 20 appartements n'ont ni cave ni garage.

- Faire un diagramme représentant la situation.
- Combien d'appartements comportent un garage mais pas de cave ?
- Combien d'appartements comportent une cave ou un garage ?

Exercice 44

On utilise les chiffres 1, 3 et 7 pour former des nombres de trois chiffres.

- Combien de nombres peut-on former si on peut répéter chaque chiffre ?
- Quelle est la somme de ces nombres ?
- Combien de nombres peut-on former si on utilise chaque chiffre une seule fois ?

Exercice 45

$n \in \mathbb{N}^*$ et $0 \leq p \leq n - 1$. Démontrer l'égalité suivante : $\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$

Exercice 46

Une association sportive est gérée par 17 personnes : 8 retraités, 5 actifs et 4 étudiants.

- La direction collégiale de 7 membres est choisie parmi les 17 membres sans distinction par tirage simultané.
 - Combien de directions différentes peut-on former ?
 - Combien y a-t-il de directions ne comportant que des retraités ?
 - Combien y a-t-il de directions ne comportant aucun retraité ?
- Suite à des discussions, on décide que la direction collégiale doit être représentative des catégories. Elle doit comprendre trois retraités, deux actifs et deux étudiants.
Combien de directions différentes peut-on former en respectant cette contrainte ?
- Finalement, l'idée d'une décision collégiale est abandonnée. On désigne par vote, dans l'ordre décroissant du nombre de votes obtenus le président, le vice-président, le trésorier et le secrétaire.
Combien de directions différentes peut-on former, sans se soucier des catégories ?

Exercice 47

Cet exercice est un QCM. Pour chaque question, une ou plusieurs des quatre réponses est(sont) exacte(s). Indiquer la (ou les) lettre(s) correspondant à la (ou aux) réponses exactes. Aucune justification n'est demandée.

Première situation : On tire simultanément trois boules dans une urne de sept boules numérotées de 1 à 7.

1. Le nombre N de tirages possibles est égal à :

a) $\frac{7!}{4!}$	b) $\binom{7}{3}$	c) $7 \times 6 \times 5$	d) $\frac{7!}{4! \times 3!}$
--------------------	-------------------	--------------------------	------------------------------

2. Le nombre N est aussi égal à :

a) $\binom{7}{2} + \binom{7}{3}$	b) $\binom{6}{1} + \binom{6}{2}$	c) $\binom{6}{2} + \binom{6}{3}$	d) 210
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	--------

Deuxième situation : On tire trois boules simultanément dans une urne qui contient 4 boules bleues numérotées de 1 à 4 et trois boules blanches numérotées de 1 à 3.

3. Le nombre de tirages possibles vaut :

a) 7^3	b) $\binom{7}{4} \times \binom{7}{3}$	c) $7 \times 6 \times 5$	d) $\binom{7}{3}$
----------	---------------------------------------	--------------------------	-------------------

4. Le nombre de tirages de tirages composés de trois boules bleues vaut :

a) $\binom{7}{3}$	b) $\binom{4}{3}$	c) $4 \times 3 \times 2$	d) 4^3
-------------------	-------------------	--------------------------	----------

5. Le nombre de tirages qui sont composés de deux boules bleues et une boule blanche vaut :

a) $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1}$	b) $\binom{4}{1} \times \binom{3}{2}$	c) $4 \times 3 \times 3$	d) 18
---------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------	-------

Exercice 48

On lance un dé à 6 faces trois fois de suite et on note successivement les chiffres obtenus sur la face supérieure.

- Quel est le nombre de résultats possibles ?
- Quel est le nombre de résultats comportant 3 chiffres identiques ?
- Quel est le nombre de résultats comportant 3 chiffres distincts ?
- Quel est le nombre de résultats comportant seulement 2 chiffres identiques ?

Exercice 49

On constitue un groupe de 6 personnes choisies parmi 25 femmes et 32 hommes.

- Combien de façons y a-t-il de constituer ce groupe ?
- Combien y en a-t-il ne comportant que des hommes ?
- Combien y en a-t-il ne comportant que des personnes de même sexe ?
- Combien y en a-t-il comportant au moins une femme et au moins un homme ?