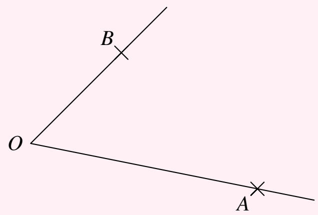
Angles

I) Angles

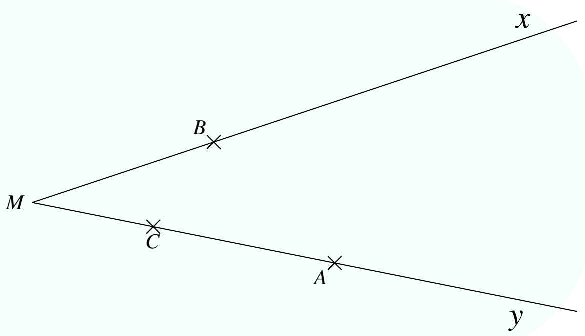
A) Vocabulaire - Notations

Définition — Un **angle** est constitué de deux demi-droites de même origine. Ces demi-droites sont les **côtés** de l'angle ; leur origine commune est le **sommet** de l'angle.

Notation — L'angle ci-contre a pour sommet O et pour côtés $[OA)$ et $[OB)$. On peut le noter $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{BOA}$.

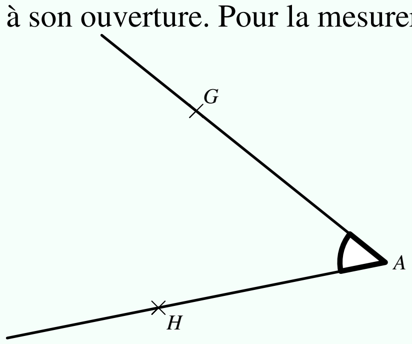


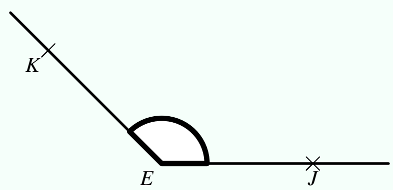
Exemple — Nommer l'angle ci-contre de différentes manières.



B) Mesure d'un angle

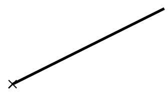
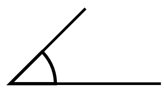
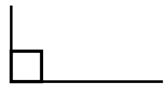
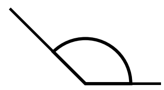
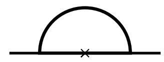
Observation — Parmi les deux angles ci-dessous, le plus grand est $\widehat{KEJ}$. La mesure d'un angle correspond à son ouverture. Pour la mesurer, il nous faut une **unité** de mesure.





Définition — L'unité de mesure utilisée pour les angles est le **degré**. Son symbole est °. Un cercle complet contient 360°.

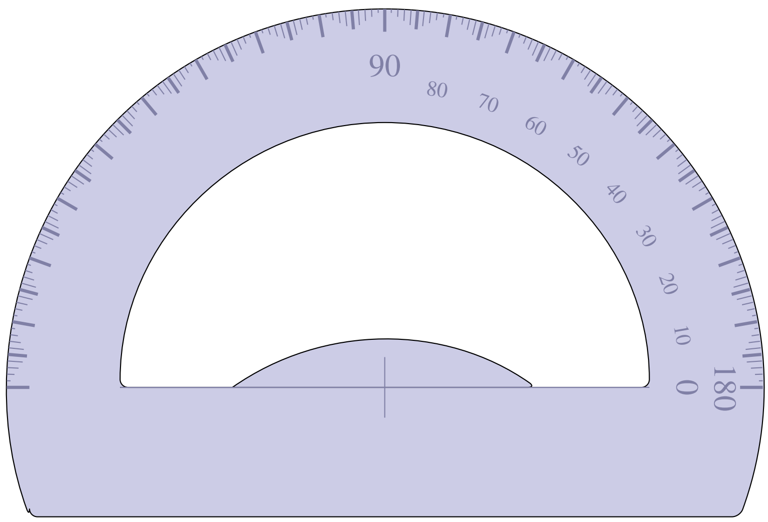
C) Repères - Vocabulaire - Codage

Dessin					
Vocabulaire	Angle nul	Angle aigu	Angle droit	Angle obtus	Angle plat
Mesure	0°	Entre 0° et 90°	90°	Entre 90° et 180°	180°

D) Rapporteur

Définition

Le **rapporteur** permet de mesurer ou de tracer des angles dont les mesures sont comprises entre 0° et 180°. Il comporte deux échelles graduées (intérieure et extérieure) et une **ligne de foi** horizontale passant par le **centre**.



Méthode

Pour mesurer un angle à l'aide d'un rapporteur :

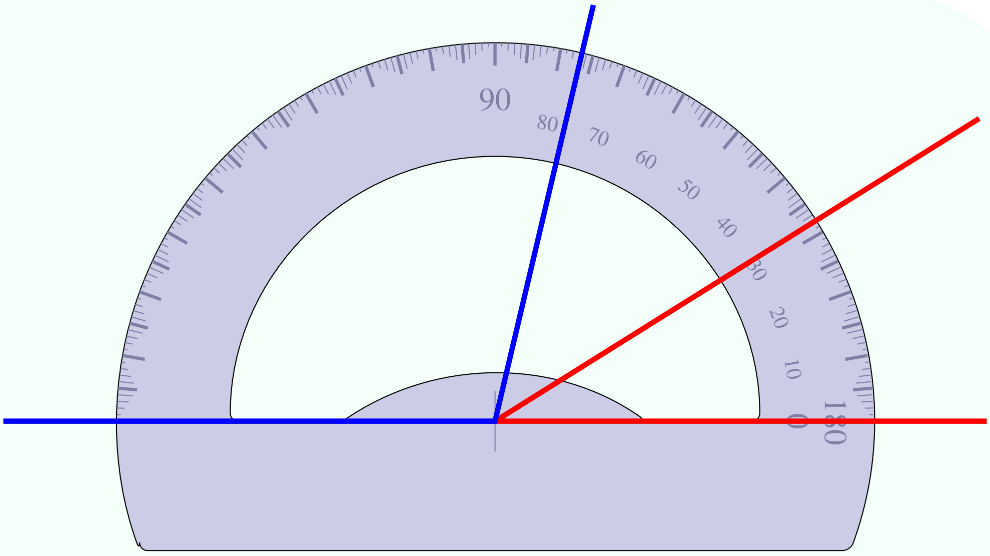
— placer le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle,

— faire coïncider la ligne de foi avec un côté,

— lire la mesure sur l'autre côté.

Attention : bien choisir la bonne graduation (intérieure ou extérieure).

Exemple



L'angle bleu mesure environ 103° ; l'angle rouge environ 32°.

Remarques

— Une mesure est souvent approximative : on écrit ≈.

— Un angle aigu < 90° ; un angle obtus > 90°.

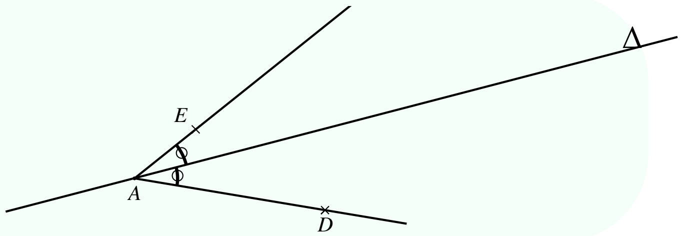
— Pour tracer un angle donné, on trace d'abord une demi-droite, puis on place la mesure voulue sur le rapporteur.

E) Bissectrice

Définition La **bissectrice** d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

Exemple

L'angle $\widehat{EAD}$ est partagé en deux angles égaux par la droite Δ. Δ est la bissectrice de l'angle $\widehat{EAD}$.



Application Tracer un angle $\widehat{BAC}$ mesurant 70° et sa bissectrice.

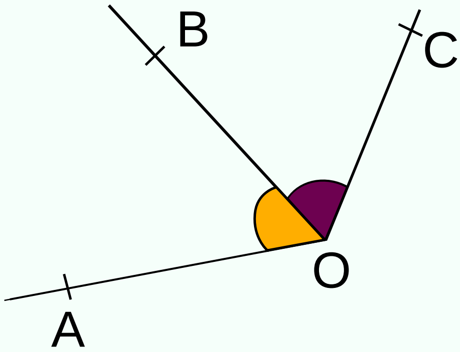
II) Angles adjacents et opposés par le sommet

Définition

Deux angles **adjacents** sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

Exemple

Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ ont comme sommet commun le point O, comme côté commun la demi-droite $[OB)$ et sont placés de part et d'autre de $[OB)$: ils sont donc adjacents.

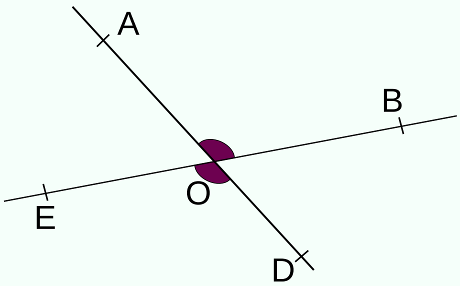


Définition

Deux angles **opposés par le sommet** sont deux angles qui ont un sommet commun et qui ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple

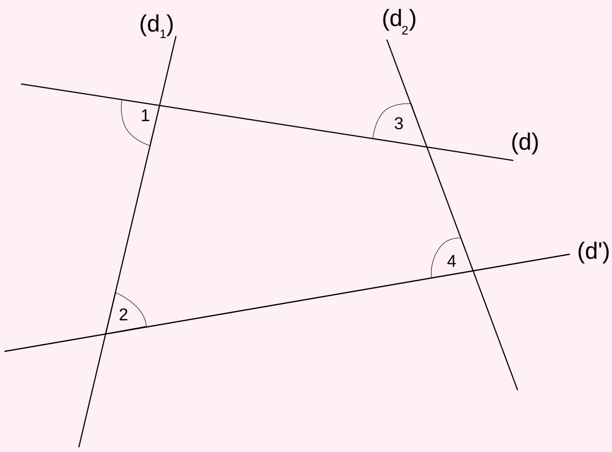
Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOE}$?
Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOE}$ ont comme sommet commun le point O et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre (A, O, D et B, O, E sont alignés) : ils sont donc opposés par le sommet.



III) Angles alternes-internes et correspondants

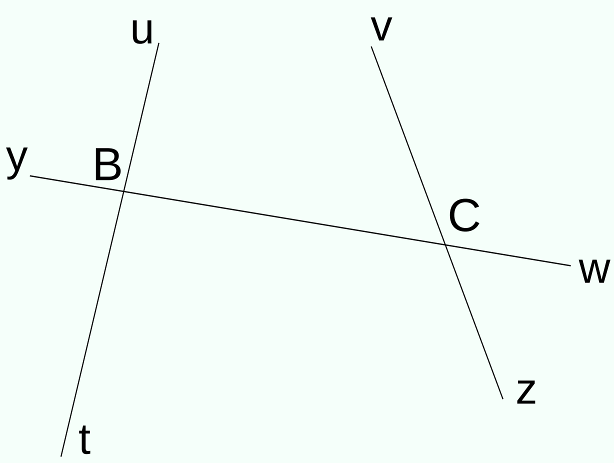
Définition

Les angles 1 et 2 sont alternes-internes. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_1).
Les angles 3 et 4 sont correspondants. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_2).



Exemple

À l'aide de la figure, nomme des angles alternes-internes et des correspondants.



Les droites (ut), (vz) et la sécante (yw) forment :

— deux paires d'angles alternes-internes qui sont :

$$\widehat{uBw} \text{ et } \widehat{yCz}, \qquad \widehat{vCy} \text{ et } \widehat{tBw}.$$

— quatre paires d'angles correspondants qui sont :

$$\widehat{yBu} \text{ et } \widehat{vCy}, \qquad \widehat{yBt} \text{ et } \widehat{yCz}, \qquad \widehat{uBw} \text{ et } \widehat{vCw}, \qquad \widehat{tBw} \text{ et } \widehat{zCw}.$$

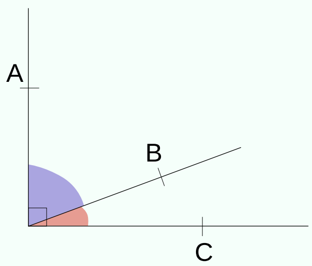
IV) Angles complémentaires et supplémentaires

Définition

Deux angles **complémentaires** sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 90°.

Exemple

Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$?



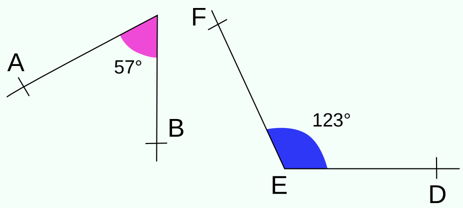
Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ forment un angle droit : la somme de leurs mesures vaut 90°. Ce sont donc des angles complémentaires.

Définition

Deux angles **supplémentaires** sont deux angles dont la somme de leurs mesures est égale à 180°.

Exemple

Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{FED}$?



$$\widehat{AOB} + \widehat{FED} = 57° + 123° = 180°$$

Donc les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{FED}$ sont supplémentaires.

V) Propriétés

Propriété

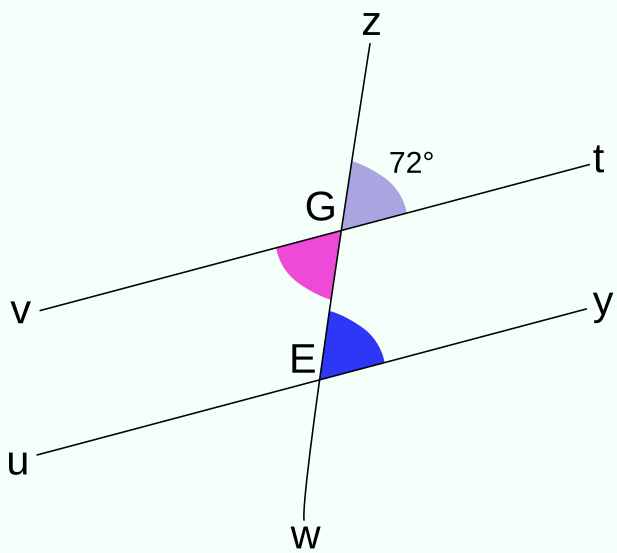
— Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.

— Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.

— Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.

Exemple

Les droites (vt) et (uy) sont parallèles. Calcule la mesure des angles $\widehat{zEy}$ et $\widehat{vGw}$.



Les angles correspondants $\widehat{zGt}$ et $\widehat{zEy}$ sont déterminés par les droites (vt) et (uy) qui sont parallèles. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{zEy}$ mesure donc 72°.
Les angles $\widehat{zGt}$ et $\widehat{vGw}$ sont opposés par le sommet. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{vGw}$ mesure donc 72°.

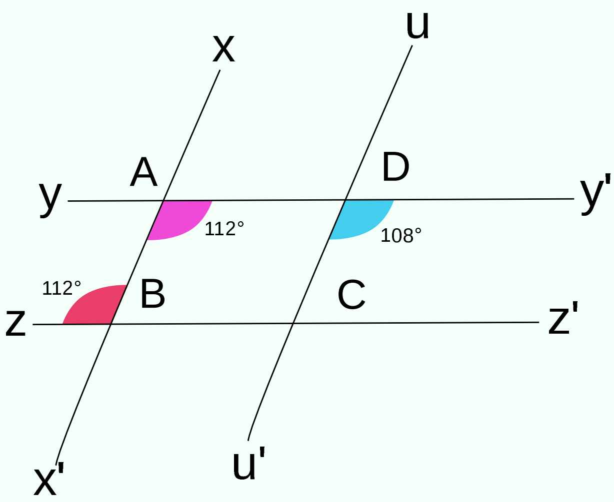
Propriétés

— Si deux angles alternes-internes sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

— Si deux angles correspondants sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

Exemple

Les droites (yy') et (zz') sont-elles parallèles ? Les droites (xx') et (uu') sont-elles parallèles ?



Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ déterminés par les droites (yy'), (zz') et la sécante (xx') sont alternes-internes. Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ ont la même mesure. Donc les droites (yy') et (zz') sont parallèles.

Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ déterminés par les droites (xx'), (uu') et la sécante (yy') sont correspondants. Si les droites (xx') et (uu') étaient parallèles alors les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas. Donc les droites (xx') et (uu') ne sont pas parallèles.