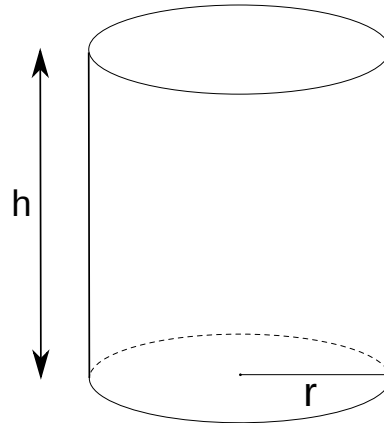


# Optimisation du volume d'une boîte cylindrique

S6 - 2025-2026



On veut fabriquer une boîte de conserve sous forme de cylindre **fermé** (avec un couvercle et un fond), de **volume maximal**, à partir d'une quantité de métal fixée.

On note :

- $r$  le rayon de la base (en cm).
- $h$  la hauteur de la boîte (en cm).
- $S$  la surface totale de métal utilisée (en  $\text{cm}^2$ ), supposée fixée.
- $V$  le volume intérieur de la boîte (en  $\text{cm}^3$ ).

1. Exprimer  $S$  en fonction de  $r$  et  $h$ .
2. En considérant  $S$  comme une constante, exprimer la hauteur  $h$  en fonction du rayon  $r$ .
3. Exprimer le volume  $V$  en fonction de  $r$  uniquement.
4. Étudier les variations de la fonction  $V(r)$  sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  :
  - calculer la dérivée  $V'(r)$ ;
  - résoudre l'équation  $V'(r) = 0$ ;
  - déterminer la nature du point critique (maximum ou minimum).
5. Montrer qu'au point où le volume est maximal, la hauteur  $h$  de la boîte est égale à son diamètre  $2r$ .