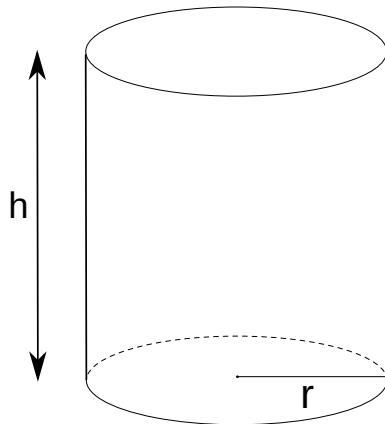


Optimisation du volume d'une boîte cylindrique

S6 - 2025-2026



On veut fabriquer une boîte de conserve sous forme de cylindre **fermé** (avec un couvercle et un fond), de **volume maximal**, à partir d'une quantité de métal fixée.

On note :

- r le rayon de la base (en cm).
- h la hauteur de la boîte (en cm).
- S la surface totale de métal utilisée (en cm^2), supposée fixée.
- V le volume intérieur de la boîte (en cm^3).

1. Exprimer S en fonction de r et h .
2. En considérant S comme une constante, exprimer la hauteur h en fonction du rayon r .
3. Exprimer le volume V en fonction de r uniquement.
4. Étudier les variations de la fonction $V(r)$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$:
 - calculer la dérivée $V'(r)$;
 - résoudre l'équation $V'(r) = 0$;
 - déterminer la nature du point critique (maximum ou minimum).
5. Montrer qu'au point où le volume est maximal, la hauteur h de la boîte est égale à son diamètre $2r$.