

# Proportionnalité et ratio

## 1 La proportionnalité

### 1.1 La proportionnalité, c'est quoi ?

Dire que deux grandeurs sont **proportionnelles** signifie que les valeurs d'une des deux grandeurs s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre non nul.

Par exemple, la taille et l'âge sont-elles des valeurs proportionnelles ?

Si on mesure 1 mètre à 4 ans, va-t-on mesurer 2 mètres à 8 ans ? Non, les valeurs ne sont pas proportionnelles.

Le temps passé à travailler à la maison est-il proportionnel aux notes obtenues ?

Non, car si on travaille 1 heure les maths et que l'on obtient la note de 10 sur 20, en travaillant deux heures, on n'est pas sûr d'obtenir 20 sur 20. Et en travaillant trois heures, on ne va pas obtenir 30 sur 20.

### 1.2 Tableau de proportionnalité

#### Définition

Un tableau est un tableau de proportionnalité lorsque l'on obtient chaque terme d'une ligne en multipliant le terme correspondant de l'autre ligne par un même nombre non nul, appelé **coefficient de proportionnalité**.

#### Exemple

1

Le prix payé pour un achat de carburant est proportionnel au nombre de litres mis dans le réservoir.

Volume en litres	10	20	30	40
Prix en euros	16	32	48	64

Ce tableau est un tableau de proportionnalité. Le coefficient de proportionnalité de la première ligne vers la seconde est 1,6. Il représente ici le prix du carburant au litre.

#### Exemple

2

La taille d'un enfant n'est pas proportionnelle à son âge.

Âge en années	5	10
Taille en cm	100	130

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité : le coefficient multiplicateur de la première ligne vers la deuxième est 20 dans une colonne, et 13 dans l'autre.

## 2 Utiliser la proportionnalité

### Méthodes

Il existe plusieurs méthodes pour calculer une grandeur par proportionnalité. Par exemple, 4 kg d'ananas de l'île de la Réunion coûtent 18 euros. Sachant que le prix est proportionnel à la quantité achetée :

- Quel est le prix pour 8 kg ?
- Quel est le prix pour 6 kg ?
- Quel est le prix pour 14 kg ?

Nous allons voir trois méthodes différentes pour répondre à ces questions : la méthode multiplicative, la méthode additive, et le passage à l'unité.

### 2.1 Méthode multiplicative

Poids acheté d'ananas	4	8
Prix en euros		

### 2.2 Méthode du passage à l'unité

Poids acheté d'ananas	4	1	6
Prix en euros			

### 2.3 Méthode additive

Poids acheté d'ananas	6	8	14
Prix en euros			

## 3 Rapport - Ratio

Il est d'usage d'utiliser le mot « ratio » en français (qui est la traduction classique de « rapport » du français vers l'anglais) dans le sens suivant :

### 3.1 Définition

#### Définition

On dit que deux nombres  $a$  et  $b$  sont dans le **ratio**  $2 : 3$  si  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$   
On dit que trois nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont dans le **ratio**  $2 : 3 : 7$  si  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$

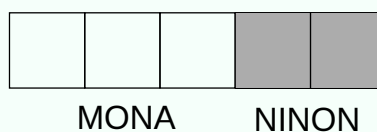
#### Remarque

Si deux nombres  $a$  et  $b$  sont dans le ratio  $2 : 3$  alors  $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ .  
On retrouve ainsi la notion de proportionnalité entre les nombres  $a$  et  $b$ .

## Exercice

240 euros sont partagés entre Mona et Ninon dans le ratio 3 : 2. Combien chacune d'elles reçoit-elle ?

Représentons cette situation en tenant compte de l'ordre dans l'énoncé :



On peut dire que :

- Les deux filles ne reçoivent pas autant l'une que l'autre et Mona reçoit plus que Ninon.
- Les 240 euros sont partagés en cinq parties égales, Mona en reçoit trois et Ninon en reçoit deux.
- Si je partage la somme d'argent de Mona en 3 parts égales, cela est égal à la somme d'argent de Ninon partagée en 2 parts égales.
- Il y a 5 parts en tout. Comme  $240 \div 5 = 48$ , on a  $48 \times 3 = 144$  et  $48 \times 2 = 96$ .

Ainsi Mona reçoit 144 euros et Ninon reçoit 96 euros.

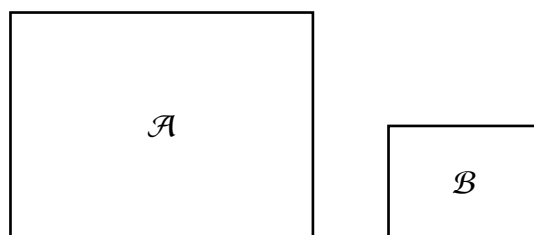
## Exercices

- Partager 10 euros entre Elsa et Anna selon le ratio 2 : 3.
- Retrouver la quantité d'huile et de vinaigre pour 500 mL de vinaigrette réalisée dans le ratio 3 : 1.
- Partager une masse de 1,2 kg en trois parts selon le ratio 1 : 2 : 3 pour une recette de cuisine.

## 4 Agrandissements - Réductions - Échelles

La longueur et la largeur du rectangle  $\mathcal{A}$  sont le double de celles du rectangle  $\mathcal{B}$ . On dit que :

- $\mathcal{A}$  est un agrandissement de  $\mathcal{B}$  de rapport 2 ;
- $\mathcal{B}$  est une réduction de  $\mathcal{A}$  de rapport  $\frac{1}{2}$ .



## Exercice

Un modèle réduit d'une voiture est une réduction de la vraie voiture, de rapport  $\frac{1}{40}$ .

1. Sachant que la vraie voiture a une longueur de 3,85 m, déterminer celle du modèle réduit.
2. Sachant que la largeur du modèle réduit est de 3,5 cm, déterminer celle de la vraie voiture.

## Définition

Sur le plan d'une ville à l'échelle  $\frac{1}{5000}$ , une unité de longueur sur le plan représente 5 000 fois cette unité de longueur en réalité.

Par exemple, 1 cm sur le plan représente 5 000 cm dans la réalité.

## Exemple

1. Sur un plan d'une ville à l'échelle  $\frac{1}{5000}$ , Matthieu mesure la distance entre sa maison et son collège. Il obtient 13,4 cm.  
Quelle est la distance réelle entre sa maison et son collège ?
2. Matthieu sait qu'il habite à 3,2 km du cinéma.  
Quelle distance mesurera-t-il sur le plan entre sa maison et le cinéma ?

## 5 Représentation graphique

### Propriété

- Dans un repère, une situation de proportionnalité est représentée par une droite passant par l'origine (ou par des points alignés avec l'origine).
- Inversement, une droite (« non verticale ») passant par l'origine d'un repère peut représenter une situation de proportionnalité.

### Exemple

17 g d'or coûtent 310 €.

Il s'agit d'une situation de proportionnalité. Ici, le prix dépend (« est fonction ») de la masse d'or.

Représentons la dans un repère en plaçant en abscisses la masse d'or (en g) et en ordonnées le prix (en €).

On peut alors utiliser le graphique pour répondre à des questions. La précision des réponses dépendra de la précision du graphique et sera de toute façon approximative.

1. Combien coûtent 70 g d'or?
2. Avec 1 000 €, quelle quantité d'or puis-je acheter?

