

Triangles et parallélogrammes

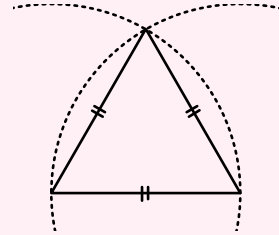
I) Rappels sur les triangles

Définition

Un **triangle équilatéral** est un triangle dont les trois côtés sont de même longueur.

En voici un schéma à main levée possible.

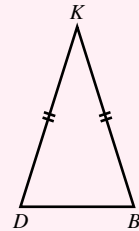
Chaque angle d'un triangle équilatéral mesure 60° .



Définition

Un **triangle isocèle** est un triangle dont deux côtés sont de même longueur. En voici un schéma à main levée possible.

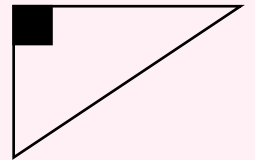
Ce triangle DBK est **isocèle en K** . On dit que K est le **sommet principal** du triangle.



Définition

Un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit.

En voici un schéma à main levée possible.

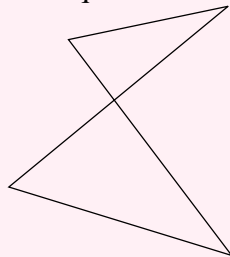


II) Quadrilatères

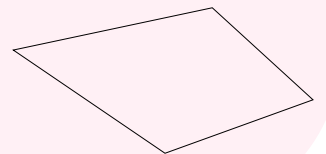
Définition

Un **polygone** est une figure géométrique plane formée d'une ligne brisée (c'est-à-dire une suite de segments) fermée.

Un polygone possédant quatre côtés s'appelle un **quadrilatère**. Voici deux exemples :

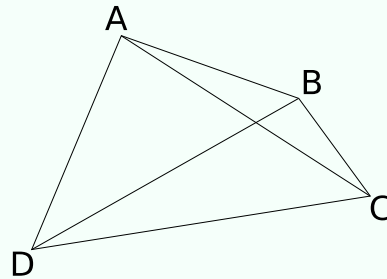


Quadrilatère croisé



Quadrilatère non croisé

Exemple



Noms du quadrilatère : ABCD, BCDA, CDAB, DABC, ADCB, DCBA, CBAD, BADC

Noms des diagonales : [BD] et [AC]

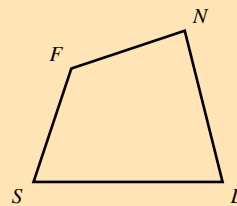
Angles opposés : \widehat{ABC} et \widehat{CDB} , ainsi que \widehat{DAB} et \widehat{BCD} .

Côtés opposés : [AB] et [DC], ainsi que [BC] et [AD].

Côtés consécutifs : [AB] et [BC], [BC] et [CD], ainsi que [CD] et [DA], sans oublier [DA] et [AB].

Exercice

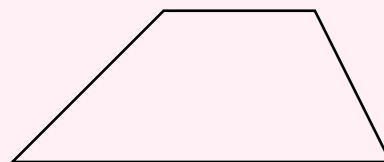
Nommer correctement le quadrilatère suivant.



Définition

Un **trapèze** est un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles.

En voici un schéma à main levée possible.



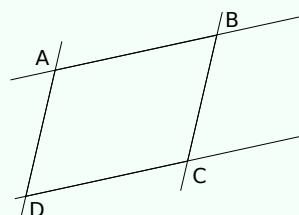
Définition

Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles. En voici un schéma à main levée possible.



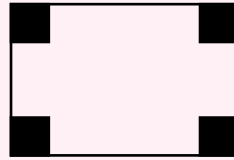
Exemple

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme, car $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$.



Définition

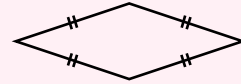
Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits. En voici un schéma à main levée possible.



Définition

Un **losange** est un quadrilatère dont les quatre côtés sont de même longueur.

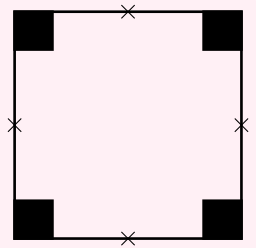
En voici un schéma à main levée possible.



Définition

Un **carré** est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur. C'est à la fois un rectangle et un losange.

En voici un schéma à main levée possible.



Définition

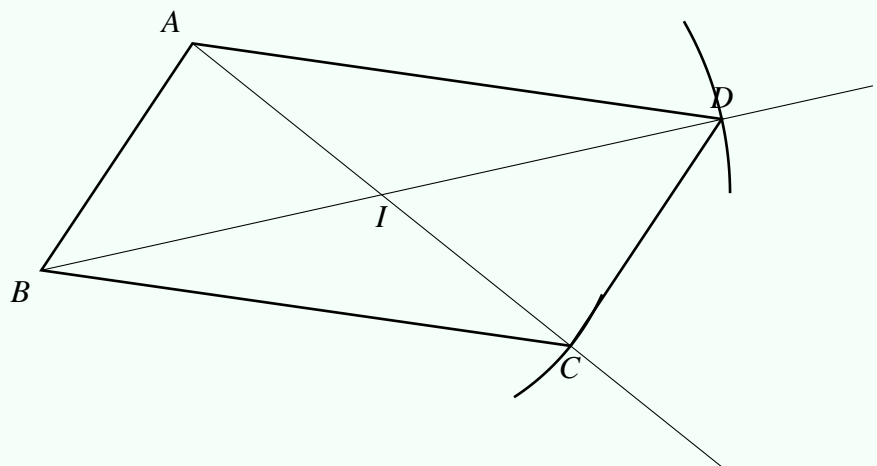
Les segments qui relient des sommets opposés d'un quadrilatère sont les **diagonales** du quadrilatère.

III) Le parallélogramme

A) Tracés et propriétés du parallélogramme

Exemples

Tracer un parallélogramme $ABCD$.



On a tracé $[AB]$ et placé un point I . On a alors tracé les symétriques C et D de A et B respectivement. Le parallélogramme $ABCD$ a pour centre de symétrie I . $ABCD$ est un parallélogramme de **centre** I . Les symétries seront revues plus tard dans l'année.

Propriétés

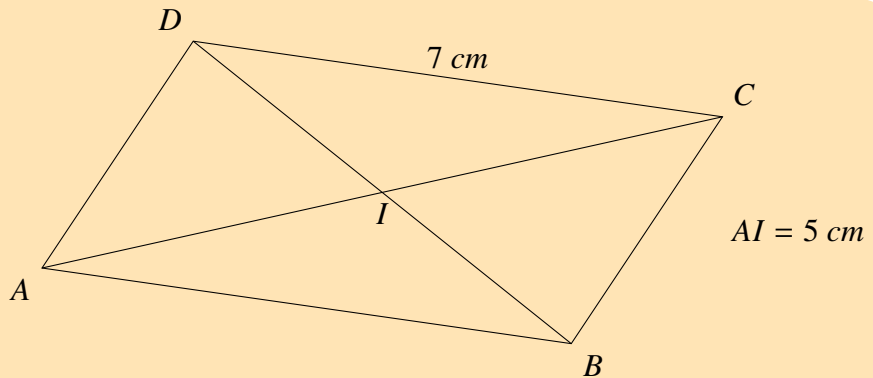
- Les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.
- Les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur.
- Les diagonales d'un parallélogramme se croisent en leur milieu.
- Les angles opposés d'un parallélogramme sont de même mesure.

Exemple

Dans un parallélogramme $ABCD$ de centre I , on a :

$$\begin{array}{llll} (AB) \parallel (CD) & (AD) \parallel (BC) & AB = CD & AD = BC \\ AI = IC = \frac{1}{2} AC & BI = ID = \frac{1}{2} BD & \widehat{BAD} = \widehat{BCD} & \widehat{ABC} = \widehat{ADC} \end{array}$$

Exercices



$ABCD$ est un parallélogramme de centre I .

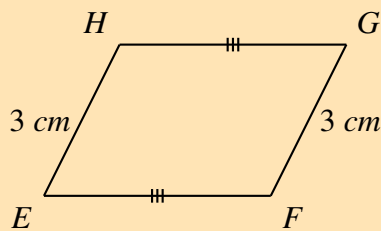
1. Déterminer la longueur AB . Justifier.
2. Déterminer la longueur IC . Justifier.
3. Que dire des droites (AD) et (BC) ? Justifier.

B) Propriétés réciproques et tracés

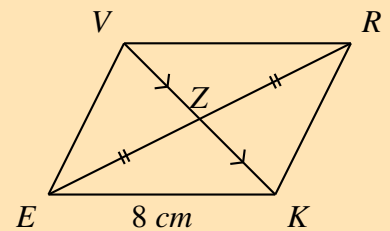
Propriétés

- Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés d'un quadrilatère non croisé sont deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.
- Si les diagonales d'un quadrilatère non croisé se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
- Si les angles opposés d'un quadrilatère non croisé sont de même mesure, alors c'est un parallélogramme.

Exercices



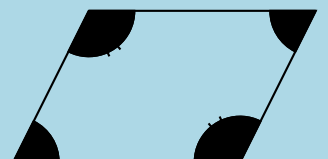
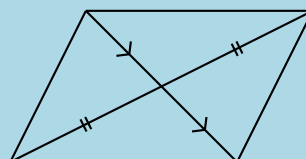
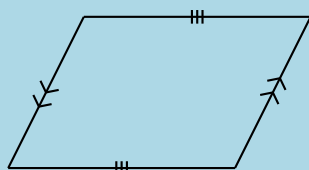
Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$? Justifier.



Calculer RV . Justifier.

Méthode

Voici quelques schémas à main levée possibles pour un parallélogramme.



C) Parallélogrammes particuliers

Propriété

Le losange, le rectangle et le carré sont des parallélogrammes particuliers. Ils possèdent les propriétés du parallélogramme, à savoir :

- les côtés opposés sont parallèles et de même longueur
- les angles opposés sont de même mesure
- les diagonales se coupent en leur milieu

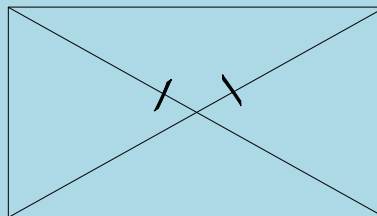
Propriété

Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs perpendiculaires **alors** c'est un rectangle.



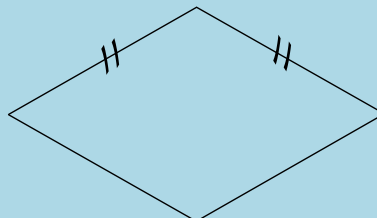
Propriété

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur **alors** c'est un rectangle.



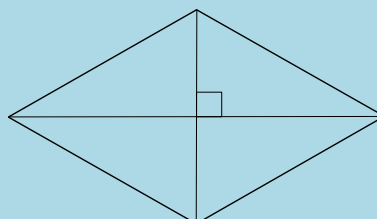
Propriété

Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs de même longueur **alors** c'est un losange.


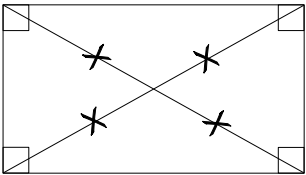
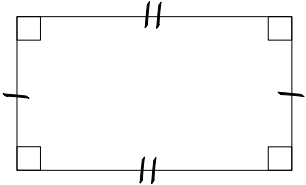
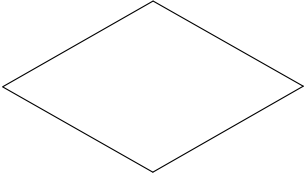
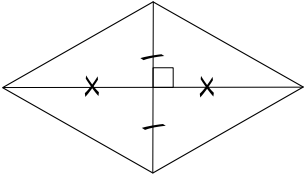
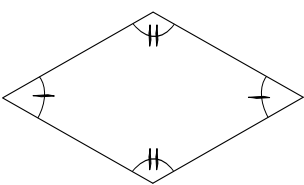
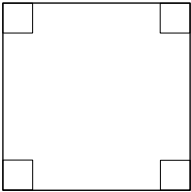
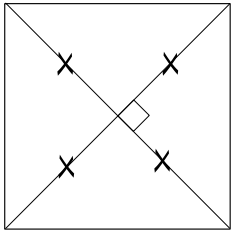
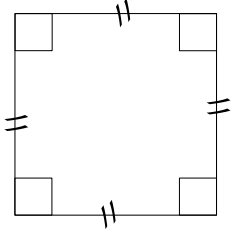


Propriété

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires **alors** c'est un losange.



IV) Bilan des propriétés des quadrilatères

Rectangle	Losange	Carré
 <p>Les côtés opposés sont parallèles</p> <p>Les diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur</p>  <p>Les côtés opposés sont de même longueur</p> 	 <p>Les côtés opposés sont parallèles</p> <p>Les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires</p>  <p>Les angles opposés sont de même mesure</p> 	 <p>C'est à la fois un rectangle et un losange : il a toutes les propriétés du rectangle et du losange</p> <p>Les diagonales se coupent en leur milieu, elles sont de même longueur et elles sont perpendiculaires entre elles</p>  <p>Les angles opposés sont de même mesure</p> 

Pour retenir les très nombreuses propriétés (et leurs réciproques) sur le parallélogramme, un schéma représentant un parallélogramme avec le codage nous aidera.

