



## Test B - S6

Jeudi 13 Novembre 2025 - 90 minutes

*La calculatrice est **interdite**.  
Formulaire autorisé*

**Classe :** \_\_\_\_\_

**Nom et Prénom :** \_\_\_\_\_

**Professeur :**  **M. Haudebourg (S6MA5FRA)**

**M. Sagrafena (S6MA5FRB)**

*Ce sujet comporte **4 pages**. Il est à remettre avec vos copies d'examen.*

*Sauf mention du contraire, justifiez vos réponses.*

**Exercice 1**

3 points

On considère le nombre complexe  $a = \frac{3-2i}{1+i}$ .  
 Donner la forme algébrique de  $a$ .

**Exercice 2**

2,5 + 2,5 = 5 points

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes. Donner la (ou les) solution(s) sous forme algébrique.

a)  $3z - 2 + i = iz + 4$

b)  $4\bar{z} + 2i = 1 - 3i\bar{z}$

**Exercice 3**

3 + 3 = 6 points

Dans chaque cas, déterminer le sens de variation des suites suivantes.

a) Pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 2 \times 5^n$

b) 
$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{2n+3}{-2n+1}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

**Exercice 4**

1 + 3 + 2 = 6 points

Soit l'équation suivante dans  $\mathbb{C}$  :

$$z^3 - 3z^2 + 4z - 2 = 0$$

1. Montrer que  $z = 1$  est une racine évidente de cette équation.

2. En déduire une factorisation du polynôme sous la forme

$$(z - 1)(z^2 + az + b) = 0$$

et déterminer les valeurs de  $a$  et  $b$ .

3. Résoudre l'équation du second degré obtenue et en déduire les deux autres racines complexes.

**Exercice 5**

2 + 2 + 2 = 6 points

On donne les fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  définies par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}, \quad g(x) = 3 + 2x, \quad h(x) = g(f(x)).$$

1. Tracer un tableau de signes de  $f(x)$ .

2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $h$ , ainsi que l'expression de  $h(x)$ .

3. Décrire les transformations successives nécessaires pour construire le graphique représentatif de  $h$  à partir de la représentation graphique de  $f$ .

**Exercice 6**

0,5+0,5+0,5+1+2+2+2+0,5+0,5+0,5+1 = 11 points

On donne la fonction

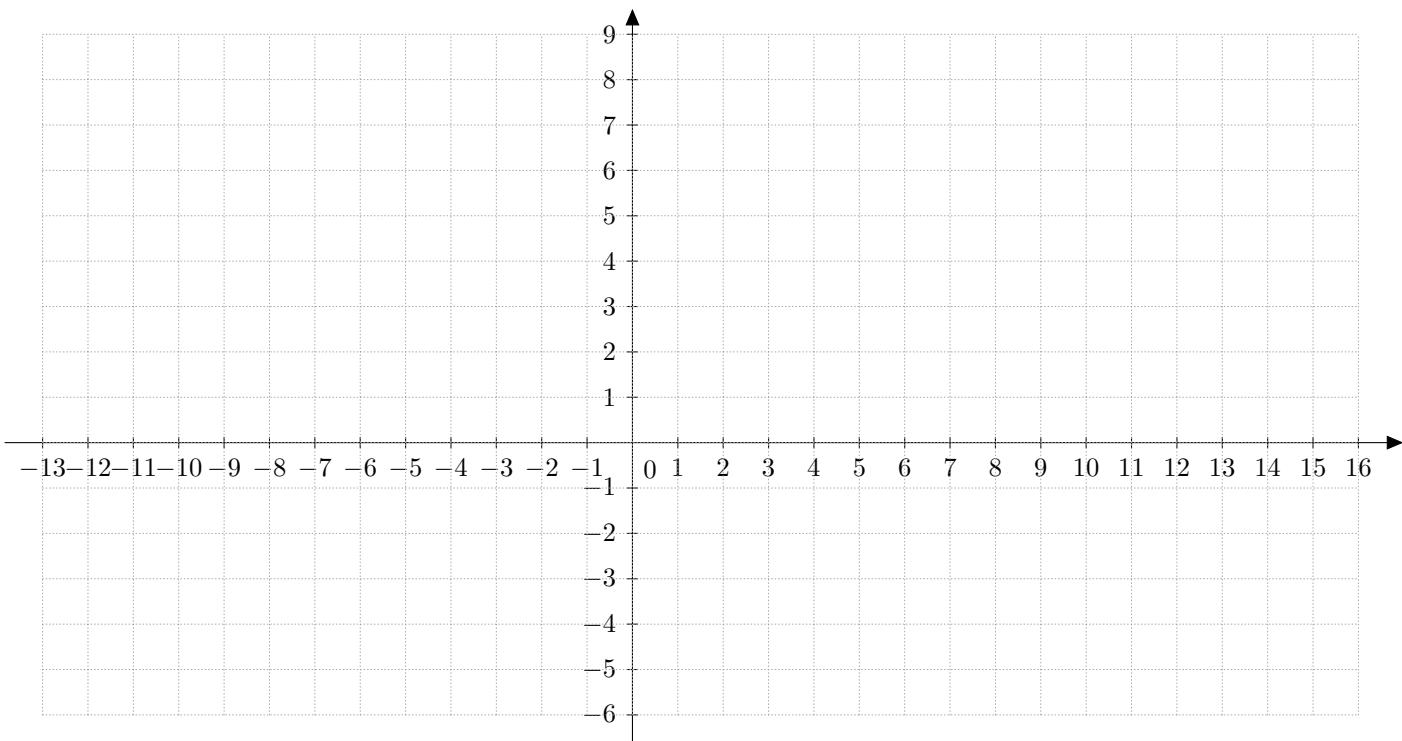
$$f(x) = \frac{3x - 6}{x - 1}.$$

1. a) Déterminer le domaine de définition de la fonction  $f$ .
- b) Déterminer les éventuels zéros (racines) de  $f(x)$ .
- c) Déterminer les éventuels points d'intersection avec l'axe des ordonnées.
- d) Établir un tableau de signes de  $f(x)$ .
- e) Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

- f) Tracer une représentation graphique de la fonction  $f$  dans le repère page 4.
- g) Déterminer l'expression de la fonction réciproque  $f^{-1}(x)$ , en détaillant votre démarche.
2. Répondre aux 3 questions vrai/faux suivantes, sans justification.
- a) L'asymptote verticale de  $f^{-1}$  a pour équation  $y = 3$ .
- b) Si  $f(4) = 2$ , alors  $f^{-1}(2) = 4$ .
- c) Les graphiques représentatifs des fonctions  $f$  et  $f^{-1}$  se trouvent entièrement de part et d'autre de la droite  $y = x$ .
3. Dessiner sur le même repère ci-dessous, dans une autre couleur, la représentation graphique de  $f^{-1}$ .



**Exercice 7**

3 points

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction  $f$  définie par l'expression :

$$f(x) = k\sqrt{a(x - b)} + c.$$

On donne également, en pointillés, la représentation de la fonction racine.

Déterminer les réels  $k, a, b, c$  en vous aidant du graphique. Aucune justification n'est demandée.

