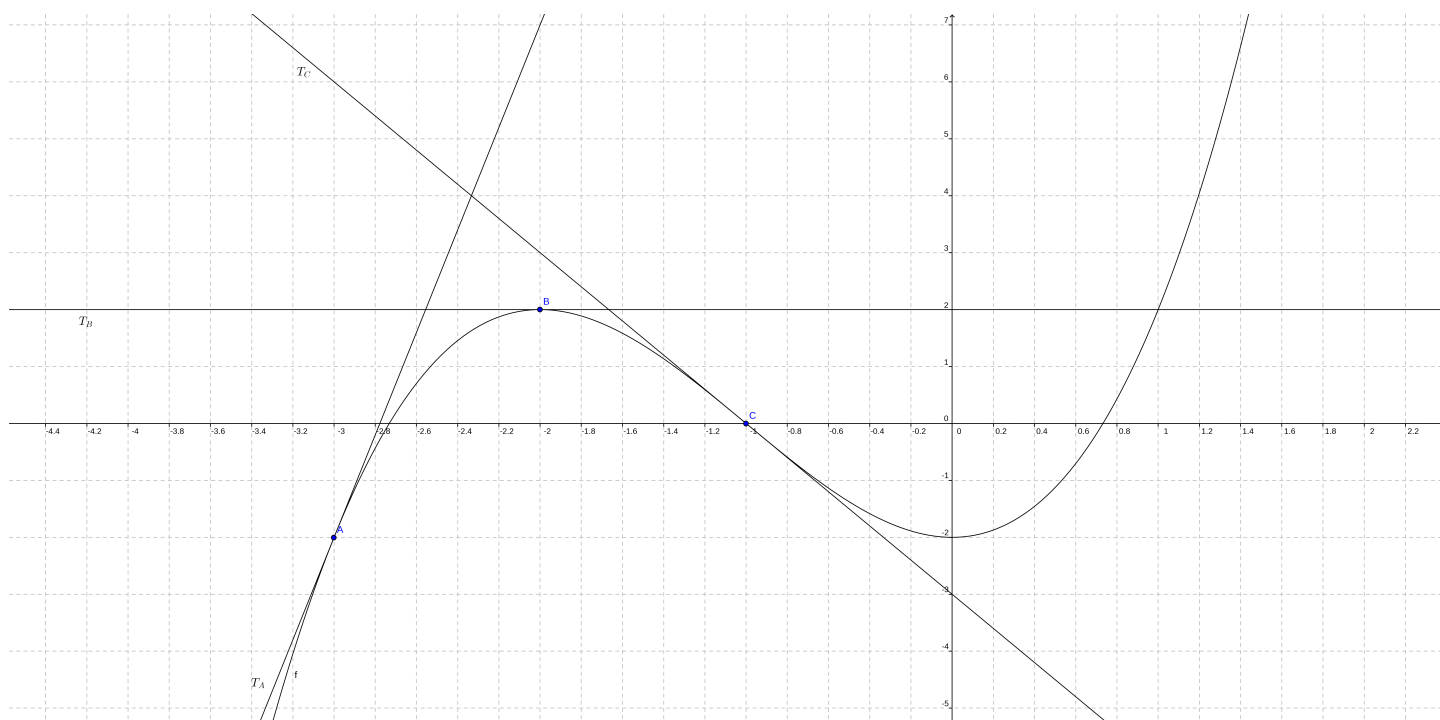


Exercice 1

Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est représentée ci-dessous.



- Donner par lecture graphique les équations des droites $\mathcal{T}_A$, $\mathcal{T}_B$ et $\mathcal{T}_C$, tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ en A , B et C .
- Donner alors $f'(-3)$, $f'(-2)$ et $f'(-1)$.
- Pour quelles valeurs de x semble-t-on avoir $f'(x) = 0$?
- Comparer graphiquement :
 - $f'(-2, 5)$ et $f'(-0, 5)$.
 - $f'(-0, 5)$ et $f'(1)$.
 - $f'(0, 5)$ et $f'(1)$.

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 0,25x^2 - 2x + 3$.

- Déterminer l'équation de la droite tangente à $\mathcal{C}_f$ en $x = 6$.
- Montrer que la tangente à $\mathcal{C}_f$ en $x = -2$ est parallèle à $\Delta : y = -3x + 10,5$.

Exercice 3

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes définies sur I .

a) $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ $I = \mathbb{R}$

b) $g(x) = 9x^5 - 12x^4 + 3x^2$ $I = \mathbb{R}$

c) $h(x) = -4x^7 + 54x^2 + 9$ $I = \mathbb{R}$

d) $k(x) = \frac{3}{x^2}$ $I = \mathbb{R}^*$

e) $l(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{6}{x}$ $I = \mathbb{R}^*$

f) $m(x) = \sqrt{x} + 30x^2$ $I = \mathbb{R}$

g) $u(x) = 5x^6 - 6\sqrt{x}$ $I = \mathbb{R}_+^*$

h) $v(x) = \frac{x^4 + 3x^2 + 1}{4}$ $I = \mathbb{R}$

Exercice 4

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes définies sur I .

$$a) f(x) = \frac{1}{2x+3} \quad I = \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$$

$$b) g(x) = \frac{x+3}{x^2+1} \quad I = \mathbb{R}$$

$$c) h(x) = \frac{6x^2+3x+1}{x^2+x+1} \quad I = \mathbb{R}$$

$$d) j(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2} - 1 \quad I =]1; +\infty[$$

$$e) t(x) = (x^3 + 2x - 3)\sqrt{x} \quad I = \mathbb{R}_+$$

$$f) k(x) = (-2x^5 + 4x^2 - 4)(6x^3 + 9) \quad I = \mathbb{R}$$

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 6x + 16$

1. Déterminer la fonction dérivée de la fonction f .
2. Soit $a \in \mathbb{R}$, écrire l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a .
3. Existe-t-il une tangente dont le coefficient directeur est -4 ?

Si oui, déterminer l'abscisse du point de la courbe concerné.

4. Existe-t-il une tangente passant par l'origine du repère?

Si oui, déterminer l'abscisse du point de la courbe concerné.

Exercice 6

Déterminer les réels a , b et c tels que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ vérifie :

$$f(0) = 1$$

$$f'(0) = 4$$

$$f'(3) = -8$$

Exercice 7

Soit f la fonction définie pour tout réel x par : $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 5$

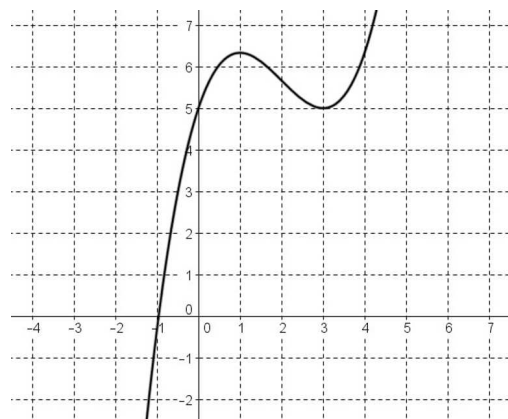
1. Étudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variations.
2. a) Expliquer pourquoi il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$.
b) Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
3. Déterminer le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 8

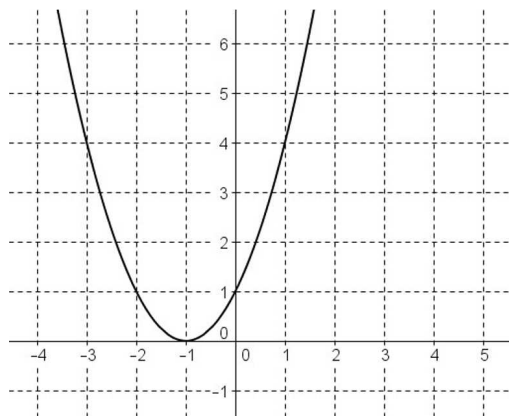
Soit f la fonction dont la courbe représentative est ci-contre.

Parmi les quatre courbes suivantes, se trouve la courbe représentative de la fonction dérivée de f .

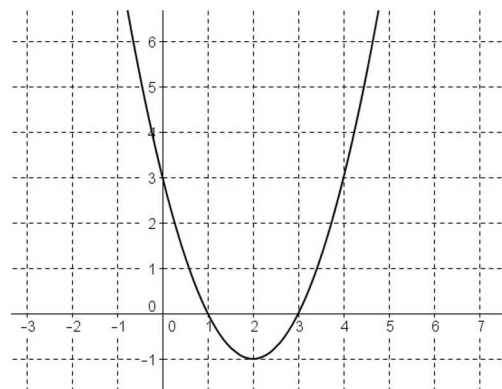
Déterminer la courbe correspondante à la représentation graphique de la fonction dérivée de f .



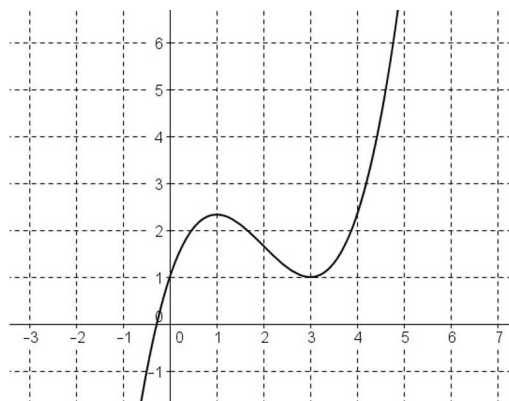
a)



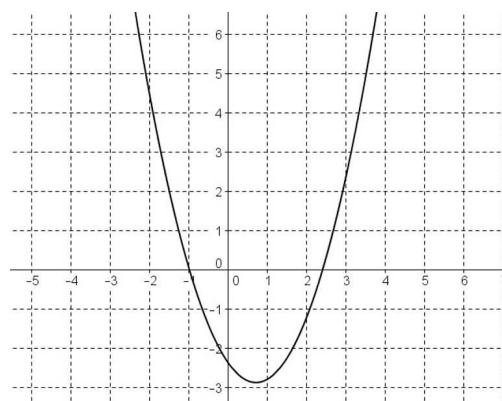
b)



c)



d)

**Exercice 9**

On considère la fonction f définie sur $] -\infty ; 2[$ par :
$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 8}{x - 2}$$

1. Résoudre $f(x) = 0$.

2. On note f' la fonction dérivée de f .

a) Démontrer que pour tout réel x de $] -\infty ; 2[$:
$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}$$

b) Déterminer les variations de la fonction f .

3. Déterminer une équation de la tangente D à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.

Exercice 10

Soit f dérivable sur $\mathbb{R}$. On sait que :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5; f(-1) = 3;$$

$$f(2) = 8 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

1. Compléter le tableau des variations de f .

2. Donner les extrema locaux de f .

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+	—
f				

Exercice 11

.....Les questions sont indépendantes.

1. Soit f dérivable sur $\mathbb{R}$ avec $f'(x) = (x-1)(x-2)$. Dresser le tableau des variations de f .
2. Soit f dérivable sur $\mathbb{R}$ avec $f(x) = x^3 - 3x^2$. Dresser le tableau des variations de f .

Exercice 12

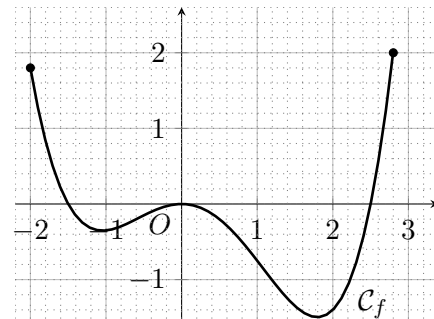
Soit f dérivable sur $[-2; 2, 8]$.

1. Résoudre graphiquement les équations suivantes.

$$a) f(x) = 0 \qquad b) f'(x) = 0$$

2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes.

$$\begin{array}{ll} a) f(x) > 0 & b) f(x) < 0 \\ c) f'(x) > 0 & d) f'(x) < 0 \end{array}$$

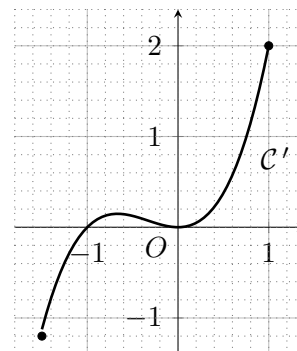
**Exercice 13**

Soit f dérivable sur $[-1, 5; 1]$. Soit C' la courbe représentative de f' .

1. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- a) f admet un minimum en -1 .
- b) f admet un maximum en -1 .
- c) f admet un minimum en 0 .
- d) f admet un maximum en 0 .

2. Dresser le tableau des variations de f .

**Exercice 14**

Pour chaque fonction, déterminer son domaine de définition et dresser son tableau des variations.

$$a) f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5$$

$$b) f(x) = -x^3 + 2x - 3$$

$$c) f(x) = x^4 - x^2 + 2$$

$$d) f(x) = x^5 - x^3$$

$$e) f(x) = (x-1)\sqrt{x}$$

$$f) f(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$g) f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$h) f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$$

$$i) f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^3}$$

$$j) f(x) = \frac{10\sqrt{x}}{x+1}$$

$$k) f(x) = x + \frac{1}{2x^2}$$

$$l) f(x) = x^2 + x - \frac{1}{x}$$

Exercice 15

Soit f la fonction définie pour tout réel x par :

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 + 1}$$

Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1. Étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie pour tout réel x par : $g(x) = x^3 + 3x + 4$

- Étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.
- Dresser le tableau de variations de g .
- Calculer $g(-1)$ et en déduire le signe de $g(x)$. *On utilisera les variations de g sur $\mathbb{R}$.*

2. Étude de la fonction f

- Déterminer une expression de la fonction dérivée de f .
- En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variations.
- Déterminer quatre réels a , b , c et d tels que pour tout réel x : $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 + 1}$
- Étudier les positions relatives de $\mathcal{C}$ et de la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = ax + b$.

Exercice 16

Soit f la fonction définie pour tout réel x non nul par :

$$f(x) = \frac{3}{4}x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

A) Étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie pour tout réel x par : $g(x) = 3x^3 - 4x - 8$

- Étudier le sens de variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variations.
- Expliquer pourquoi il existe un unique réel α tel que $g(\alpha) = 0$.
 - Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
- Déterminer le signe de g sur $\mathbb{R}$.

B) Étude de la fonction f

- Montrer que pour tout réel x non nul : $f'(x) = \frac{g(x)}{4x^3}$
- En déduire le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$ et dresser son tableau de variations.
- Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation $y = \frac{3}{4}x + 1$.
 - Étudier le signe de $f(x) - \left(\frac{3}{4}x + 1\right)$ sur $\mathbb{R}^*$.
 - En déduire les positions relatives des courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$.

Exercice 17 Dans chaque cas, dresser le tableau des variations de f et tracer une esquisse possible de $\mathcal{C}_f$.

a)	x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$		
$f(-1) = 1$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(0) = -1$	f							
$f(3) = 2$								

b) $D_f = \mathbb{R}^*$

$f(-1) = -2$

$f(1) = 2$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	$+$
f					

c)

x	0	1	2	4	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	0	+	0	-
f							

$f(1) = 1$
 $f(2) = 2$
 $f(4) = 3$

d)

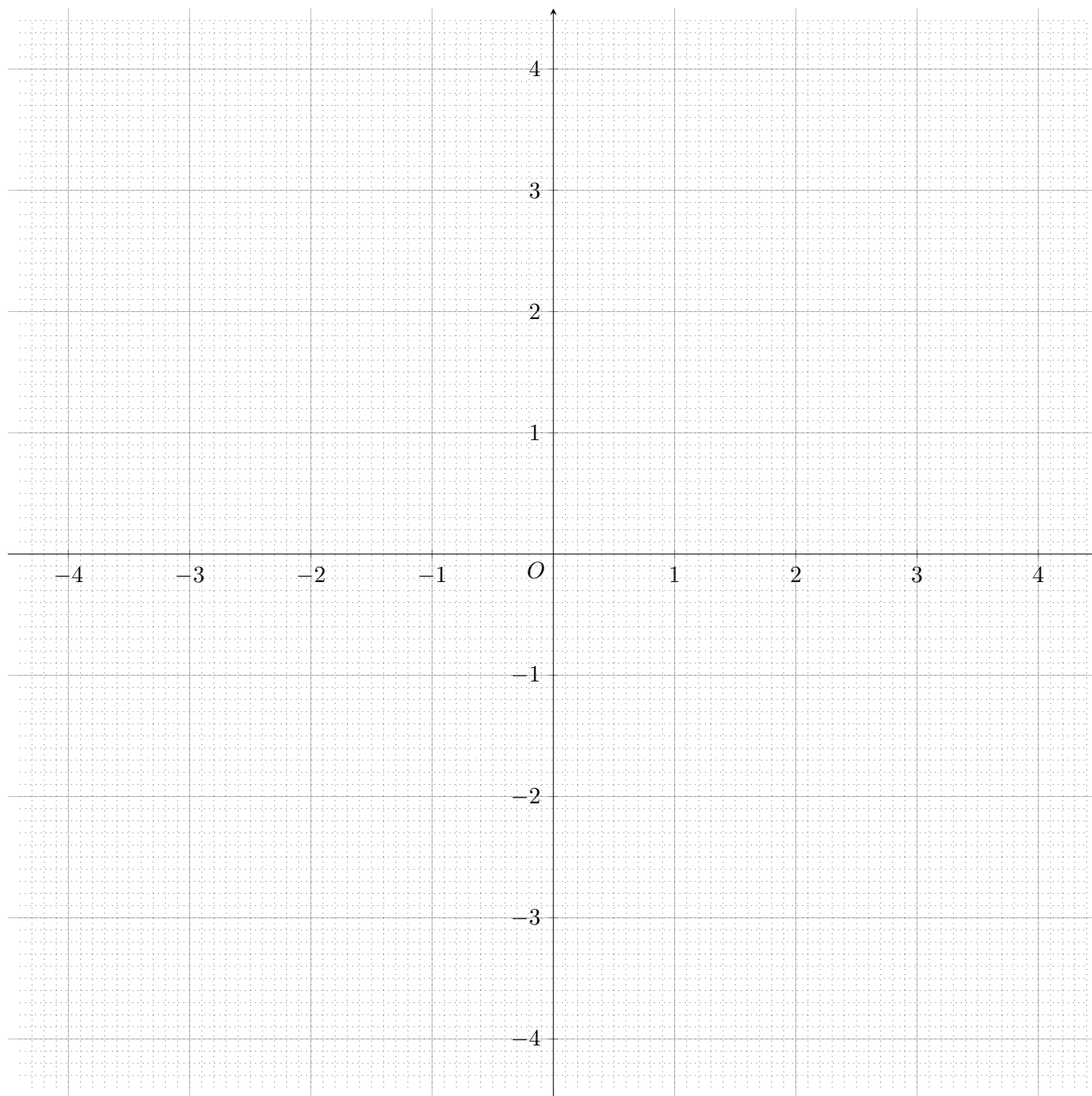
x	-4	-3	2	4
f'			2	0
$f'(x)$				
f				

$f(-4) = -1$ $f(-3) = 1$
 $f(0) = 3$ $f(2) = 1$
 $f(4) = 0$ $f'(0) = 0$

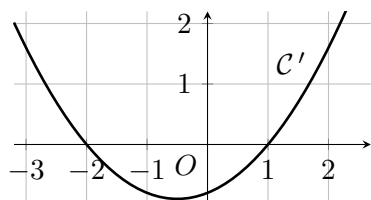
e)

x	0	3	4	$+\infty$
f'			0	
$f'(x)$				
f				

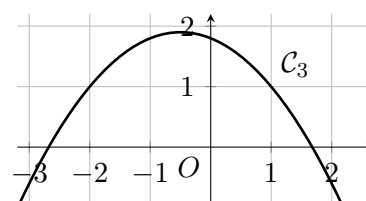
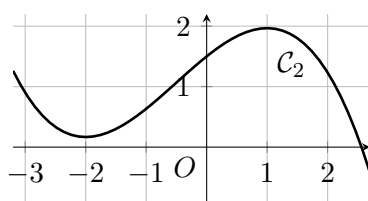
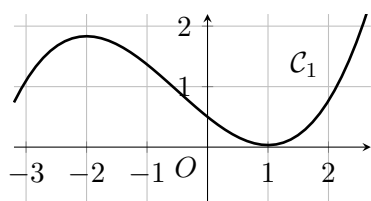
$f(0) = -2$ $f(2) = 1,5$
 $f(3) = 0$ $f(4) = -1$
 $f'(2) = 0$

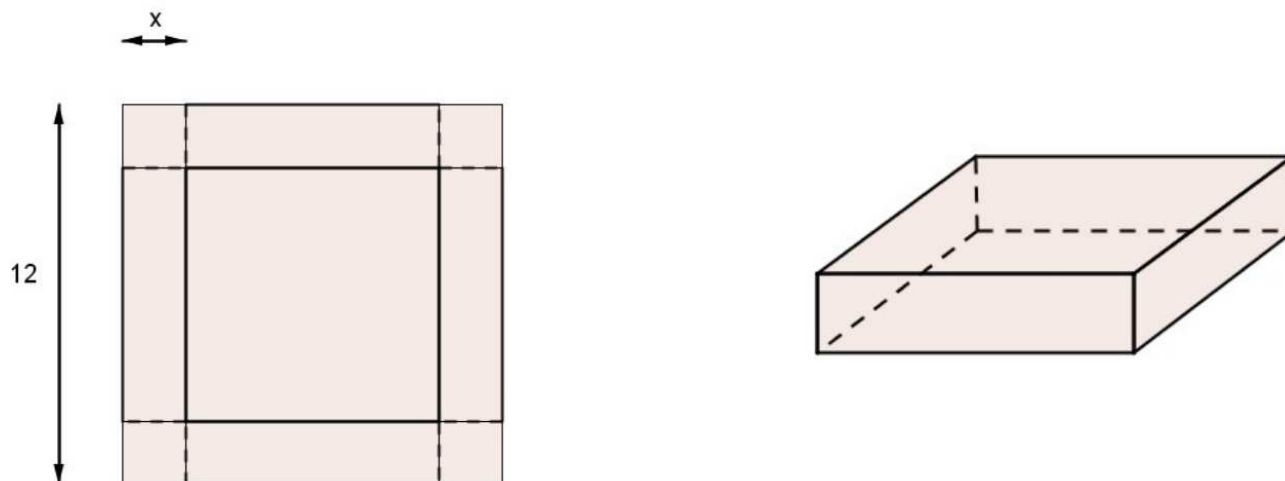


Exercice 18



Parmi les trois fonctions f_1 , f_2 et f_3 représentées ci-dessous, laquelle est susceptible d'avoir pour dérivée la fonction représentée ci-contre ?



Exercice 19

On découpe aux quatre coins d'une feuille cartonnée carrée de côté 12 des carrés de côté x pour construire le patron d'une boîte sans couvercle.

1. Justifier que l'ensemble des valeurs prises pour x est l'intervalle $[0 ; 6]$.
2. Montrer que le volume de cette boîte est donné par :

$$\mathcal{V}(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$$

3. Étudier la fonction $\mathcal{V}$ sur $[0 ; 6]$.
4. En déduire qu'il existe une valeur de x pour laquelle le volume de la boîte est maximal. Que vaut ce volume ?

Exercice 20Banque E3C

1. Étudier le signe de la fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$P(x) = x^2 + 4x + 3$$

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $] -2 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$$

et on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.

2. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $] -2 ; +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{P(x)}{(x+2)^2}$$

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $] -2 ; +\infty[$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur $] -2 ; +\infty[$.
4. Donner le minimum de la fonction f sur $] -2 ; +\infty[$ et la valeur pour laquelle il est atteint (on donnera les valeurs exactes).
5. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.