

Symétries

I) Symétrie axiale

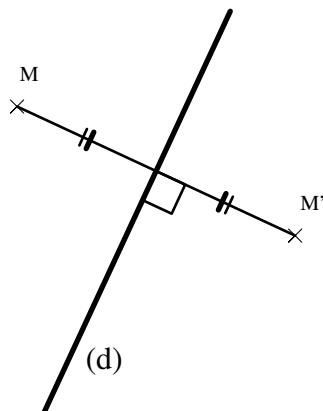
A) Définition

Définition

Deux points M et M' sont symétriques par rapport à la droite (d) signifie que :

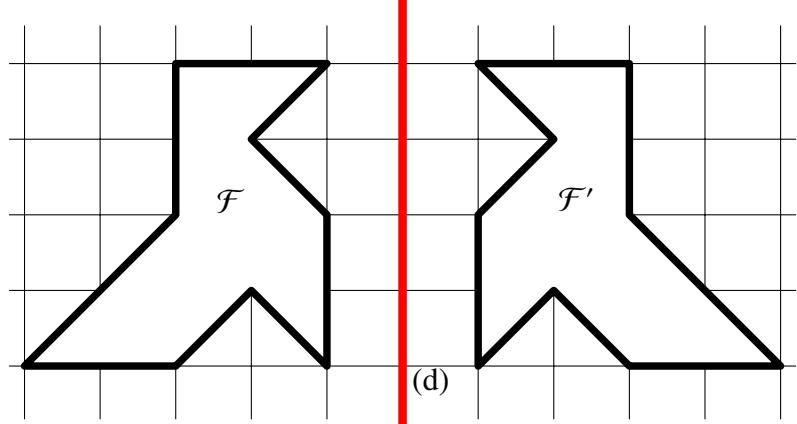
- [MM'] est perpendiculaire à (d)
- M et M' sont à égale distance de (d).

Dans ce cas, (d) est la médiatrice de [MM'].



Deux figures symétriques par symétrie axiale se superposent par un pliage le long de l'axe de symétrie.

La figure \mathcal{F}' est le symétrique de la figure \mathcal{F} par rapport à la droite (d). On dit aussi que \mathcal{F} et \mathcal{F}' sont symétriques par rapport à (d).



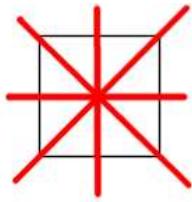
B) Axe de symétrie d'une figure

Définition

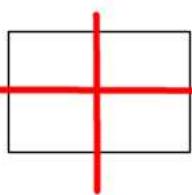
Une droite est un **axe de symétrie** pour une figure donnée lorsque le symétrique de cette figure par rapport à cette droite est la figure elle-même.

Exemple

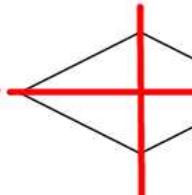
Sur les exemples ci-dessous, des axes de symétrie sont tracés en rouge.



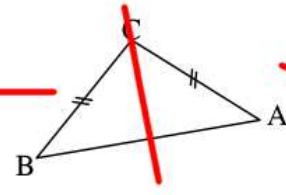
Carré



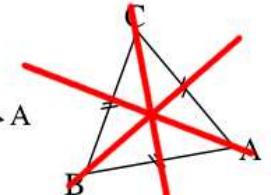
Rectangle



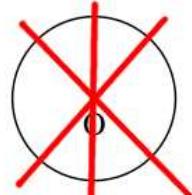
losange



Triangle isocèle



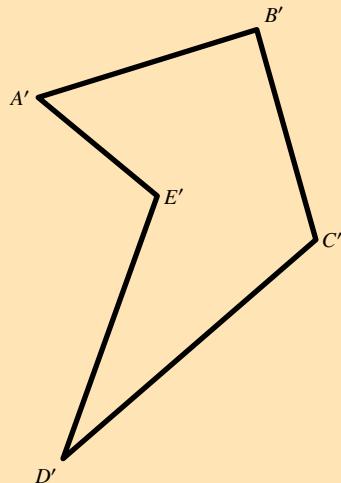
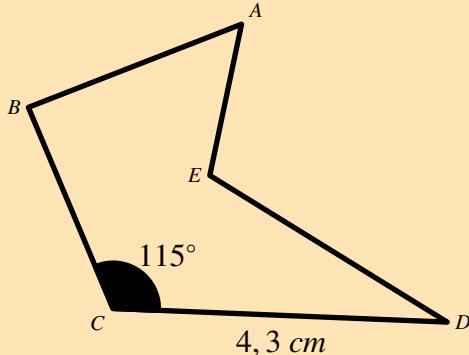
Triangle équilatéral



Cercle

Exercice

On considère la figure ci-dessous pour laquelle $A'B'C'D'E'$ est le symétrique de $ABCDE$ par rapport à une droite Δ .



1. Tracer Δ avec précision.
2. Déterminer la longueur de $[C'D']$. Justifier.
3. Déterminer la mesure de $\widehat{B'C'D'}$. Justifier.

C) Propriétés

Propriété

Dans une symétrie axiale :

- le symétrique d'une droite est une droite,
- le symétrique d'un segment est un segment de même longueur,
- le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon,
- le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.

Remarque

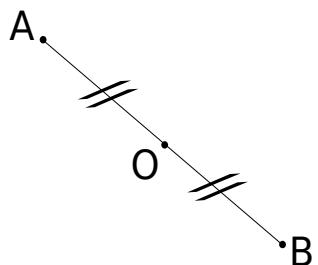
On dit aussi que la symétrie axiale conserve les longueurs et les mesures d'angles.

II) Symétrie centrale

A) Définition

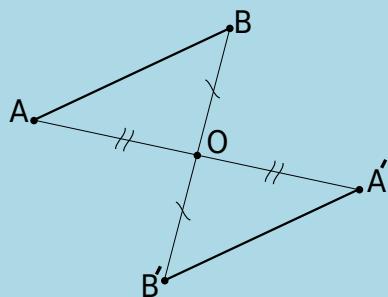
Définition

- Deux points A et B sont symétriques par rapport au point O lorsque le point O est le milieu du segment [AB].
- Transformer une figure par symétrie centrale revient à lui faire faire un demi-tour autour d'un point.



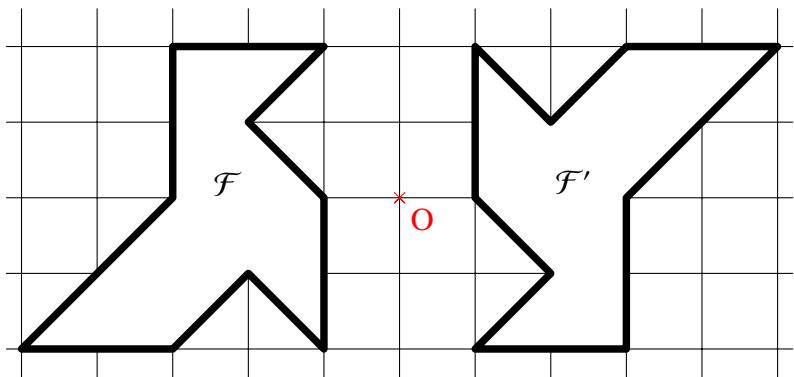
Remarque

- Deux figures symétriques par symétrie centrale se superposent par un demi-tour autour du centre de symétrie.
- Pour tracer le symétrique d'un segment, il suffit de tracer les symétriques de ses extrémités. Pour tracer le symétrique d'un cercle, il suffit de tracer le symétrique de son centre.



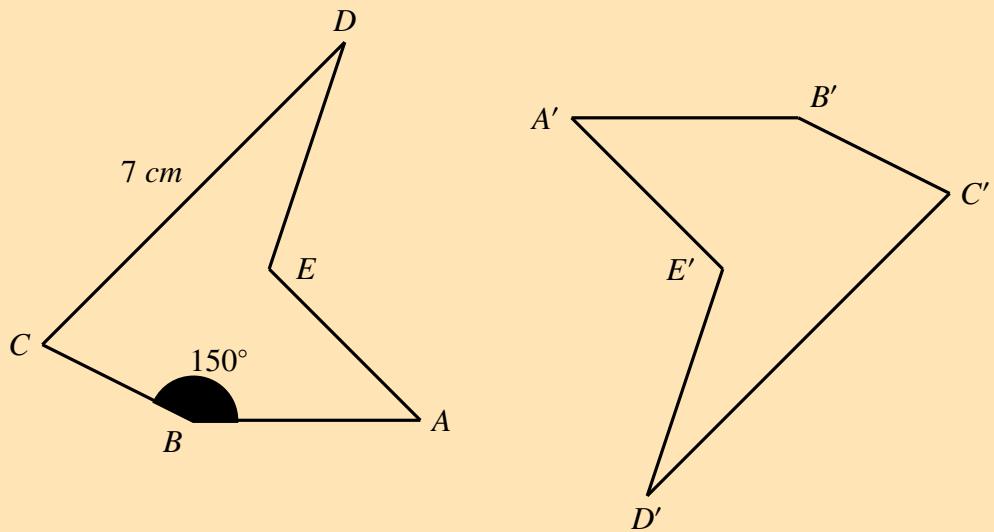
La figure \mathcal{F}' est le symétrique de la figure \mathcal{F} par rapport au point O .

On dit aussi que \mathcal{F} et \mathcal{F}' sont symétriques par rapport à O .



Exercice

On considère la figure ci-dessous pour laquelle $A'B'C'D'E'$ est le symétrique de $ABCDE$ par rapport à un point O .



1. Placer O avec précision.
2. Déterminer la longueur de $[C'D']$. Justifier.
3. Déterminer la mesure de $\widehat{A'B'C'}$. Justifier.

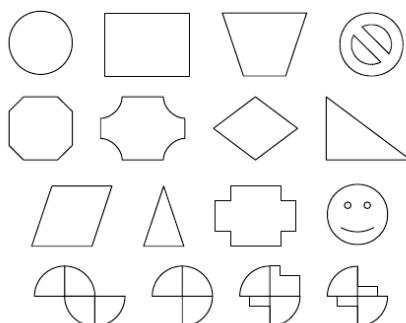
B) Centre de symétrie

Définition

Une figure admet un centre de symétrie lorsqu'elle est invariante par la symétrie de centre ce point.

Exercice

Sur les figures suivantes, trouver celles qui ont un centre de symétrie.



C) Propriétés

Propriété

Dans une symétrie centrale :

- le symétrique d'une droite est une droite qui lui est parallèle,
- le symétrique d'un segment est un segment de même longueur,
- le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon,
- le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.

Remarque

On dit aussi que la symétrie centrale conserve les longueurs et les mesures d'angles.