Calcul littéral

I) Rappels

A) Simplifications d'écriture

Méthode

Pour marquer la priorité de la multiplication, le symbole « $\times$ » peut être enlevé dans certains cas :

$3 \times a$ s'écrit $3a$

$a \times b$ s'écrit ab

$4 \times (a - 2)$ s'écrit $4(a - 2)$

Remarque

2×3 ne s'écrit pas 23
On écrit 2a, mais on n'écrit pas a2 : le nombre s'écrit toujours devant la lettre.

Exercice 1

Simplifier le plus possible l'écriture des expressions suivantes :

$2 \times x$	$5 \times a + 3 \times b$	$4 \times 5 - 7 \times a + a \times c$
$y \times 3$	$x \times y$	$5 \times (4 - 3 \times a) \times 4$
$a \times b \times c$	$4 \times 5 + 5 \times a$	$c \times c \times c$
$4 \times a \times 5$	$a \times b - c \times d$	$2 \times L + 2 \times l$
$4 - 3 \times a$	$2 \times \pi \times r$	$3,2 \times x \times 3 \times x$
$5 - x \times 3$	$4 - (a \times b + 7)$	$4x \times 2x \times 3x$

B) Distributivité simple

Soient a, b et k trois nombres réels. On a alors :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

Nous pouvons simplifier cette expression comme vu précédement en supprimant les signes $\times$ inutiles.
Nous obtenons alors les formules suivantes :

$k(a + b) = ka + kb$	$k(a - b) = ka - kb$
$(a + b)k = ak + bk$	$(a - b)k = ak - bk$

Exercice 2

Développer les expressions suivantes :

$3(x-4)$ $\quad$ $2(x+y)$ $\quad$ $6(3-x)$

$(x+4)\times 5$ $\quad$ $x(x+1)$ $\quad$ $x^2(x^3-2)$

Exercice 3

Réduire l'écriture des expressions suivantes :

C$=4y+3-5y+7$ $\quad$ D$=3a^2+7-2a-5a^2+4a-10$

Exercice 4

Développer puis réduire les expressions suivantes :

F$=3(2+7a)-5a$ $\quad$ G$=a(2a+1)+7(3a+4)$

C) Suppression de parenthèses

Propriété

L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

Méthode

— Si une expression entre parenthèses est précédée par un « + », les parenthèses ne sont pas utiles et on peut s'en débarrasser.

— Si une expression entre parenthèses est précédée par un « − », on peut supprimer les parenthèses en distribuant le « − » à chacun des termes à l'intérieur des parenthèses. Chaque terme à l'intérieur des parenthèses sera remplacé par son opposé lorsqu'on voudra écrire l'expression sans parenthèses.

Exemples

Réduire les expressions littérales.

F$=7x^2+(9x-5+2x^2)-11x+6-(3x^2-8x+1)$
F$=7x^2+9x-5+2x^2-11x+6-3x^2+8x-1$
F$=7x^2+2x^2-3x^2+9x+8x-11x+6-5-1$
F$=6x^2+6x$

G$=3x\times 5x-(2x^2\times 7-5x+10)+(3x-2)$
G$=15x^2-14x^2+5x-10+3x-2$
G$=15x^2-14x^2+5x+3x-10-2$
G$=x^2+8x-12$

II) La double distributivité

Soient a, b, c et d des nombres réels. On a alors :

$$\boxed{(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd}$$

Exercice 5

Développer et simplifier si possible les expressions suivantes :

$E=(2+x)(4+y)$
$F=(3-2x)(5-x)$
$G=4(4+x)(2+x)$
$H=6x(1+x)-(5+4x)(3-2x)$

A) Les identités remarquables

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exercice 6

Développer rapidement :

$I = (2+x)(2+x)$
$J = (4-y)(4+y)$

III) Factoriser

A) Retrouver les expressions factorisées

Exercice 7

Parmi les expressions suivantes, quelles sont celles qui sont déjà factorisées ? :

$A = (2x+1)(1+x)$	$F = (1+3x)(x-2)+1$	$K = (x-4)-3(5+2x)$
$B = (x+3)+(1-3x)$	$G = 4x-15$	$L = (6+x)^2 - 4(2+3x)$
$C = (x+3)(1-3x)(1-x)$	$H = (2+x)(x-3)$	$M = (x+6)+(x-2)$
$D = (x+3)\times 2$	$I = (x-1)^2$	$N = x(x+4)$
$E = (4x-x^2)(5x+3)+9$	$J = (4x-x^2)(5x+3)$	$O = 4-x^2$

B) Factoriser avec un facteur commun

Pour factoriser, il faut trouver dans l'expression un **facteur commun**, c'est à dire un élément en commun.
Par exemple dans l'expression 4**a** + 6**a** − 8**a**, on voit facilement que l'élément en commun est a. On le souligne si besoin, afin de bien faire apparaître le facteur commun, puis on factorise :

a(4 + 6 − 8)

On peut ensuite réduire l'expression, qui devient ici 2**a**.

Exercice 8

Trouver le facteur commun de ces expressions, puis factoriser :

$K = 2x+4x$	$L = 6x-6y+12$	$M = 3t-9+6t$
$N = 5x^2+4x$	$O = 6x^2-6yx+12x$	$P = 4x-x$
$4x+4\times 5$	$3\times 8-8\times x$	$7x+42$
$x\times x+x\times 3$	x^2-x	$14x+4$

C) En appliquant une identité remarquable

On a vu précédemment que :

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$$

Exemples

Factoriser les expressions suivantes :

$A = 36 - x^2$	$B = 16x^2 - 4$	$C = 1 - 64x^2$
$A = 6^2 - x^2$	$B = (4x)^2 - 2^2$	$C = 1^2 - (8x)^2$
$A = (6+x)(6-x)$	$B = (4x-2)(4x+2)$	$C = (1+8x)(1-8x)$