Exercice 1

Déterminer les domaines de définitions des fonctions dont on donne ci-dessous les formules explicites.

$$f(x) = \frac{7x-4}{3x+1} \qquad g(x) = \sqrt{7x-8} \qquad h(x) = \frac{x^2-5x+2}{8}$$

$$j(x) = \sqrt{3-5x} + \frac{2}{9+4x} \qquad k(x) = \frac{4}{3\sqrt{2x+1}} - \frac{1}{x+4} \qquad l(x) = \frac{\sqrt{|3-7x|}}{x^2+23}$$

Exercice 2

Les fonctions f, g, h et k sont définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x^2+2} \qquad g(x) = x^2+x-5 \qquad h(x) = 3\,x-8 \qquad k(x) = (3-2\,x)(5\,x+1)$$

1. Calculer les images par f des réels -2 ; 0 ; 1 et $\sqrt{7}$.
2. Calculer $g(4)$; $g(6)$; $g(-5)$ et $g(0)$.
3. Déterminer les éventuels antécédents par h des réels 3 ; -5 ; $\frac{1}{2}$ et $0,1$.
4. Déterminer les éventuels antécédents par k des réels 0 et 3 .
5. Déterminer les éventuels antécédents par f des réels $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{11}$ et -13 .

Exercice 3

Soit une fonction f. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

Traduire chacune des phrases suivantes par une égalité du type $f(\dots) = \dots$.

a) Par la fonction f, l'image de 5 est 11.

b) Un antécédent de -4 par f est 12.

c) La courbe $\mathcal{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(-2\,;\,5)$.

d) La courbe $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des ordonnées en $y=-1$.

e) La courbe $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en $x=-2$ et $x=3$.

Exercice 4 ....

Soit une fonction f. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative tracée dans le repère orthonormé ci-dessous.

Par lecture graphique (*avec la précision permise par le graphique*), donner les informations suivantes.

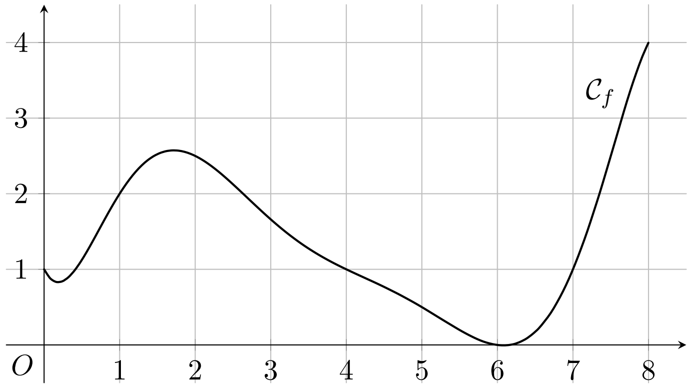
a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

b) Donner les images par f de 1, de 5 et de 7.

c) Donner les antécédents éventuels par f de 0, de 1, de 3 et de 5.

d) Donner le minimum et le maximum de f sur son ensemble de définition.

e) Donner le minimum et le maximum de f sur $]1\,;\,5]$.



Exercice 5 ....

Soit une fonction g. On note $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative tracée dans le repère orthonormé ci-dessous.

Par lecture graphique (*avec la précision permise par le graphique*), donner les informations suivantes.

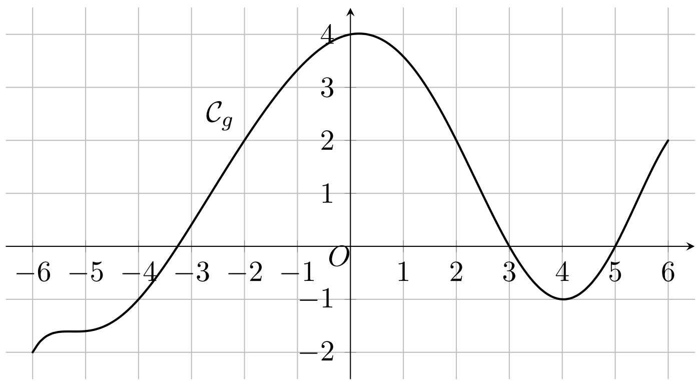
a) Quel est l'ensemble de définition de g ?

b) Résoudre $g(x) = 0$; $g(x) = 2$ et $g(x) = 5$.

c) Résoudre $g(x) > 0$; $g(x) \leqslant -1$ et $g(x) > 4$.

d) Quel est l'ensemble des réels qui ont exactement deux images par g.

e) Quel est l'ensemble des réels qui ont exactement deux antécédents par g.



Exercice 6 ....

Dans chaque cas, déterminer si le point appartient à la courbe représentative de la fonction dans un repère.

a) $A(3\,;\,4)$ et $f : [1\,;\,20] \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto -5x + 19$

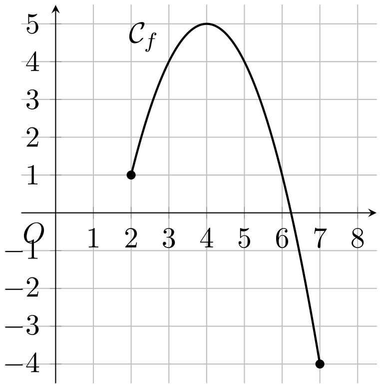
b) $B(-2\,;\,2)$ et $g : [-7\,;\,40[\longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto 2x^2 + 3x$

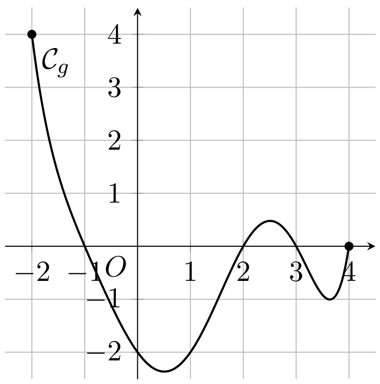
c) $C(0,5\,;\,5)$ et $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto 5 + 6x$

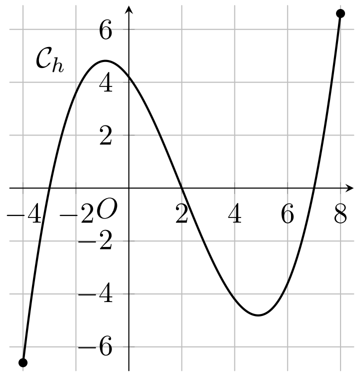
d) $D(\sqrt{5}\,;\,8)$ et $k : [1\,;\,20] \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto -3x^2 + 23$

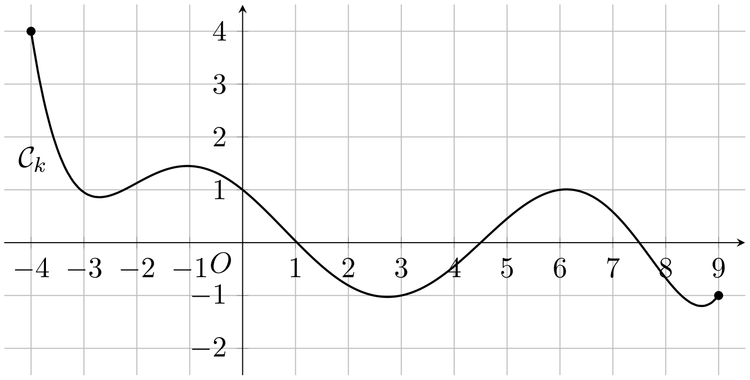
Exercice 7 ....

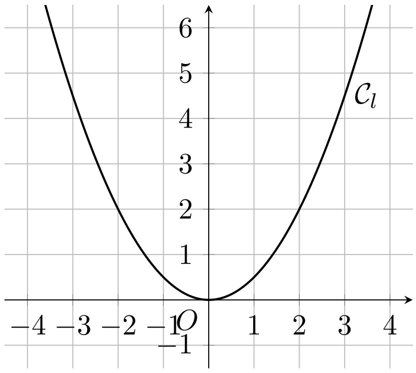
Pour chacune des fonctions f, g, h, k et l représentées ci-dessous, dresser un tableau de variations aussi complet et précis que possible de la fonction.











Exercice 8 ....

Dresser un tableau de valeurs et tracer la représentation graphique dans un repère orthonormé de la fonction :

$$\begin{aligned} f : [-3\,;\,8] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto -\frac{1}{10}x^3 - \frac{9}{10}x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{24}{5} \end{aligned}$$

Exercice 9 ....

Dresser le tableau de variations de chacune des fonctions suivantes. *Justifier.*

$$\begin{aligned} f : [-3\,;\,5] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto 4\,x + 5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} g : [0\,;\,8] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto -2\,x + 12 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} h :]-\infty\,;\,6] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto 0,4\,x - 7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} k : [3\,;\,+\infty[&\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto -12 + 6\,x \end{aligned}$$

Exercice 10 ....

1. Pour chacune des fonctions dont on donne les tableaux de variations :

   a) Donner l'ensemble de définition.

   b) Donner les extrema de la fonction et les valeurs de x pour lesquelles ils sont atteints.

   c) Tracer dans un repère une représentation graphique possible de la fonction.

x	-3		1		4
f	-1	$\nearrow$	5	$\searrow$	2

x	-5		-1		3		6
g	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1

2. Dans chaque cas, dire si la proposition est certaine, possible ou impossible.

$a)$ $f(4) = 2$
$b)$ $f(-1) = -3$
$c)$ $f(-1) = 4$
$d)$ $f(2) = -3$
$e)$ $f(0) > f(3)$
$f)$ 5 n'a pas d'image par f.
$g)$ -1,5 n'a pas d'antécédent par f.
$h)$ $g(4) > 0$
$i)$ 3 a exactement trois antécédents par g.
$j)$ g est croissante sur $[-2\,;\,5]$.
$k)$ -1 a pour antécédent -2 par g.
$l)$ $min\,(g(x)) = -1$
$m)$ g est décroissante sur $[-4\,;\,-2]$.
$n)$ $g(-1) \leqslant g(5)$

Exercice 11 ....

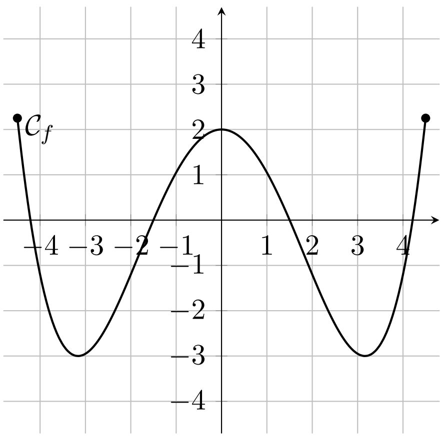
Donner l'ensemble de définition D_i et étudier les variations sur D_i de chacune des fonctions f_i suivantes.

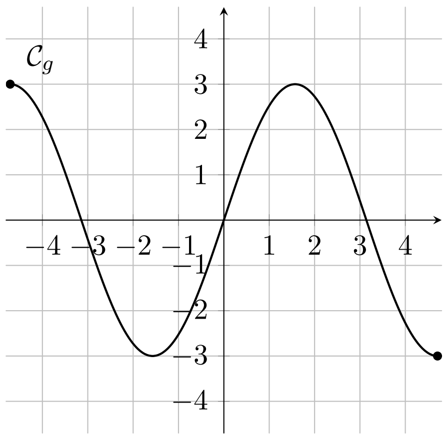
$$f_1(x) = 2\,(3\,x-5)^3 + 11 \qquad f_2(x) = 6-(7-5\,x)^3 \qquad f_3(x) = (3\sqrt{x}-8)^3$$

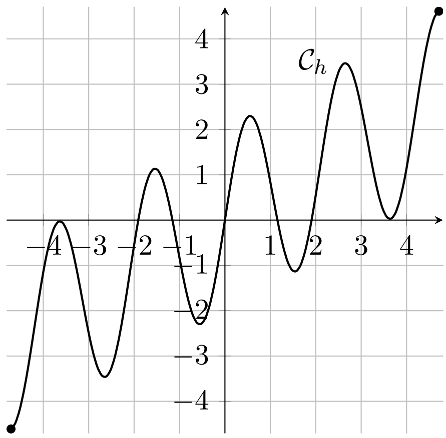
$$f_4(x) = (11-5\sqrt{x})^3 - 7 \qquad f_5(x) = \frac{5}{3-\sqrt{x}} \qquad f_6(x) = \left(\frac{-2}{6+x}\right)^3$$

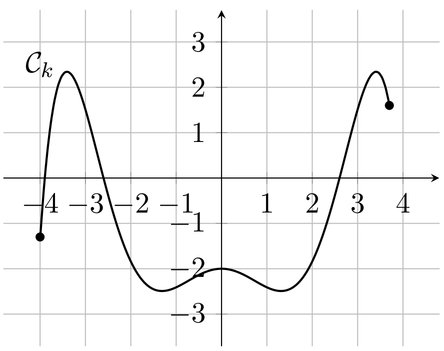
Exercice 12 ....

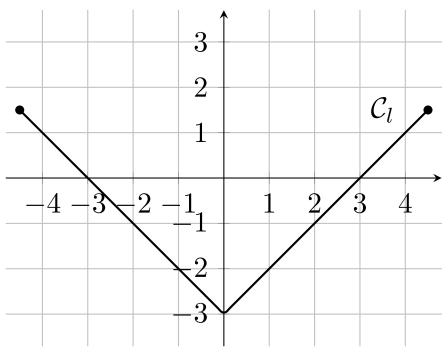
Parmi les courbes suivantes, lesquelles semblent représenter une fonction paire ? impaire ? ni paire ni impaire ?

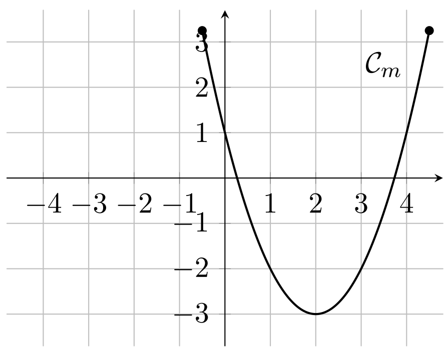






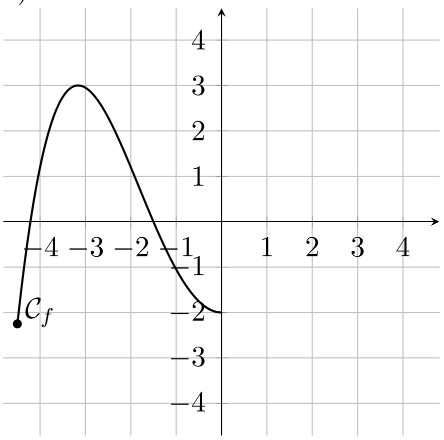


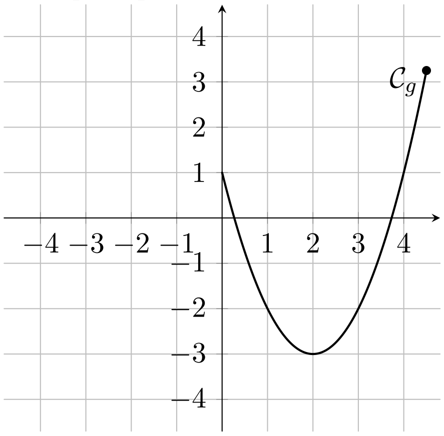


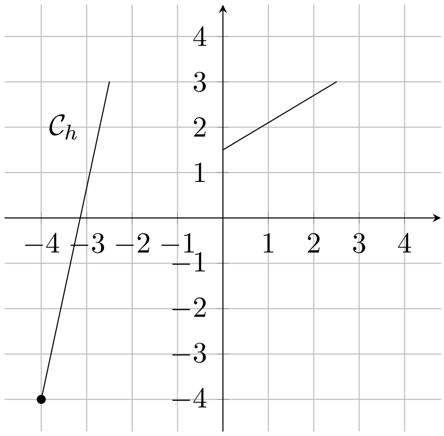


Exercice 13 ....

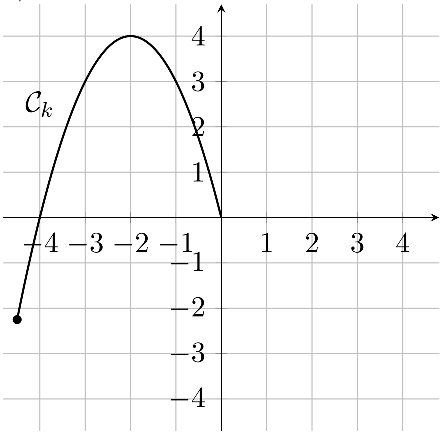
1) Terminer les tracés des courbes suivantes qui représentent des fonctions paires.

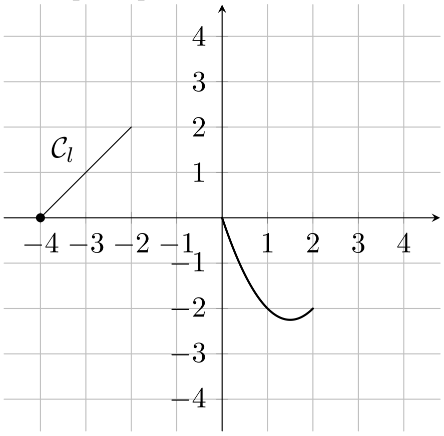


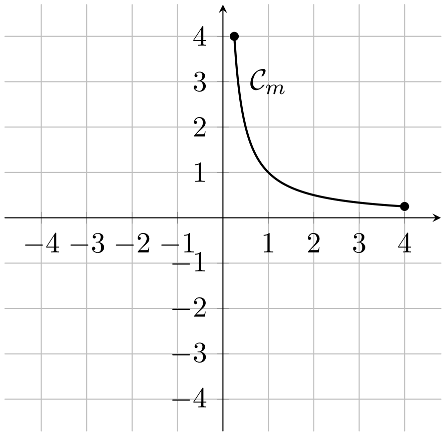




2) Terminer les tracés des courbes suivantes qui représentent des fonctions impaires.







Exercice 14

Étudier la parité de chacune des fonctions suivantes. Interpréter graphiquement.

$$f : [-9\,;\,9] \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto x^2 - 1$$

$$g : [-9\,;\,9] \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \frac{x}{2\,x^2+3}$$

$$h : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \frac{1}{x}$$

$$j : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \frac{x+1}{x^2+3}$$

$$k : [-8\,;\,8] \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto x^3 + 2\,x$$

$$l : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto 7\,x^4 - 3\,x^2 + 1$$

$$m : [-9\,;\,9[\longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto x^2$$

$$n :]-7\,;\,-5] \cup [5\,;\,7[\longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto 8\,x^3 - 5\,x + \frac{2}{x}$$

$$p : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto x^2 - 5\,|x|$$

Exercice 15

Soit f une fonction dont le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ est tel que $\forall x \in \mathcal{D}_f,\ -x \in \mathcal{D}_f$.

1. Soit g la fonction définie sur $\mathcal{D}_f$ par : $g(x) = \dfrac{f(x)+f(-x)}{2}$.

   Étudier la parité de g.

2. Soit h la fonction définie sur $\mathcal{D}_f$ par : $h(x) = \dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$.

Étudier la parité de h.

3. Calculer $g(x) + h(x)$. Que vient-on de faire dans cet exercice ?

Exercice 16 ....

Dans chaque cas, montrer que f, définie sur $\mathbb{R}$, est périodique de période T.

$a)$ $f : x \longmapsto cos(3\,x) \quad , \; T = \dfrac{2\,\pi}{3}$

$b)$ $f : x \longmapsto sin^2(x) \quad , \; T = \pi$

$c)$ $f : x \longmapsto cos(x)\,sin(x) \quad , \; T = \pi$

$d)$ $f : x \longmapsto sin(6\,\pi\,x) \quad , \; T = \dfrac{1}{3}$

Exercice 17 ....

$$f : x \longmapsto \frac{2}{2 + cos(x)}$$

1. Déterminer D_f.
2. Étudier la parité de f et sa périodicité.
3. Étudier les variations de f sur $[0\,;\,\pi]$ puis dresser le tableau des variations de f sur $[-\pi\,;\,2\,\pi]$.

Exercice 18 ....

Déterminer les antécédents de 0 par les fonctions suivantes.

$f : x \longmapsto \dfrac{-4}{x+5} + 7$

$g : x \longmapsto 4\,x^3 - 3\,x$

Exercice 19 ....

Résoudre les inéquations suivantes.

$a)$ $x^2 - x - 12 > 0$ $\quad b)$ $\dfrac{4\,x+1}{x-2} \leqslant 0$ $\quad c)$ $(2\,x+1)(4\,x^2 + 4\,x + 1) \geqslant 0$ $\quad d)$ $(4\,x+3)(x^2 + x - 2) < 0$

Exercice 20 ....

Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{4\,x-5}}{2\,x^2 - 5\,x - 7}$

Exercice 21

$$f : x \longmapsto \frac{x-1}{x-2}$$

1. Établir que pour tout réel $x \neq 2$:

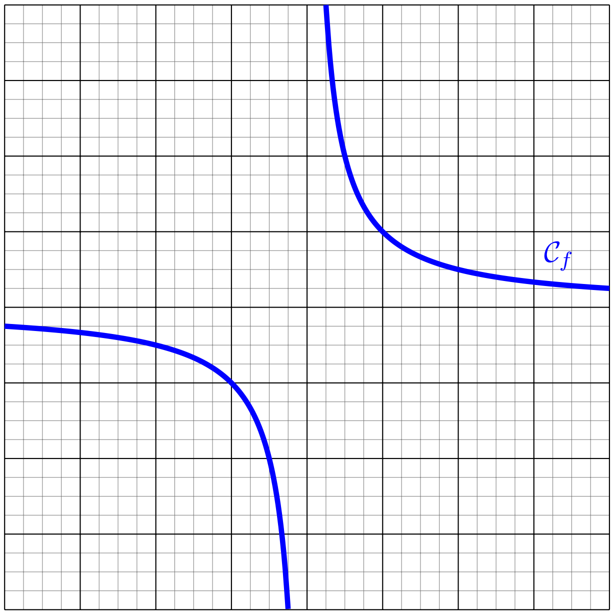
$$f(x) = 1 + \frac{1}{x-2}$$

On note g la fonction inverse. On a donc :

$$f(x) = g(x-2) + 1$$

2. Par quelle transformation du plan obtient-on $\mathcal{C}_f$ à partir de $\mathcal{C}_g$?

3. Placer correctement le repère sur la figure ci-contre dans laquelle est tracée une hyperbole qui pourrait représenter g dans un autre repère.



Exercice 22

On considère une fonction f définie sur $[-5\,;\,4]$ dont le tableau de variations est donné ci-contre. Dresser le tableau de variations de chacune des fonctions associées à f suivantes.

$g : x \longmapsto f(x+2)$ $\qquad$ $h : x \longmapsto -2\,f(x)$

$j : x \longmapsto f(x-2)+1$ $\qquad$ $k : x \longmapsto f(2\,x)$

x	-5		-2		1		4
f	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Exercice 23

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \longmapsto x+2 \qquad\qquad g : x \longmapsto (3\,x-2)(2\,x+4)$$

Déterminer la forme simplifiée des fonctions suivantes et donner le domaine de définition de la dernière.

a) $(f+g)(x)$ $\qquad$ *b)* $(f \times g)(x)$ $\qquad$ *c)* $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$