Repérage et section de solides

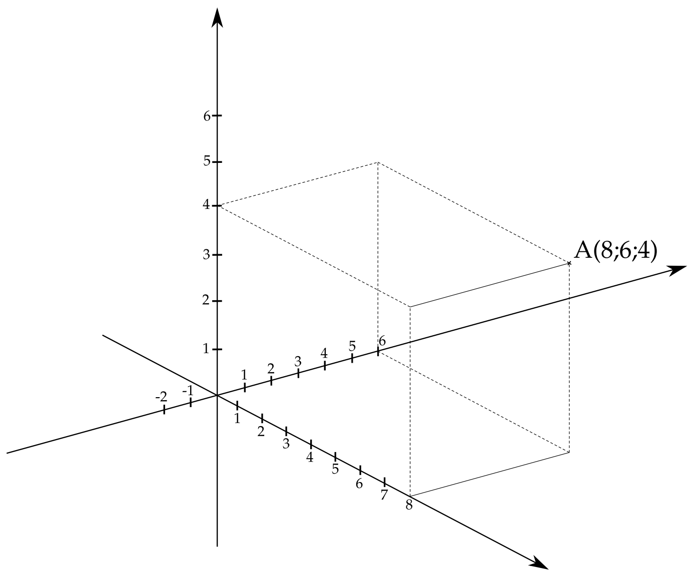
I) Repérage dans l'espace

<u>Définition</u> : Pour repérer un point dans l'espace, il faut trois coordonnées :

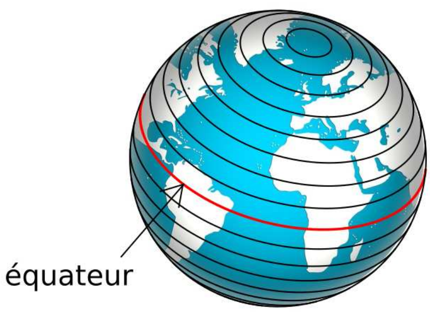
- Son abscisse x
- Son ordonnée y
- Son altitude (ou sa cote) z

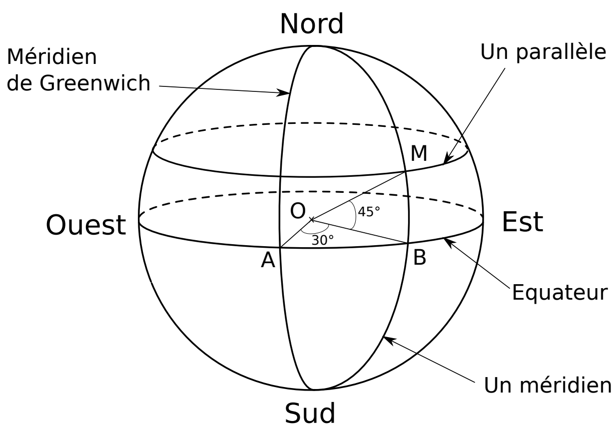
Sur l'exemple suivant, le point A a comme coordonnées $A(8;6;4)$.

- Son abscisse est 8
- Son ordonnée est 6
- Son altitude (ou sa cote) est 4



II) Repérage sur une sphère





-La **latitude** exprime la position Nord-Sud par rapport à l'équateur.
Un point situé au dessus de l'équateur aura une latitude Nord, et inversement, si un point est en dessous de l'équateur, sa latitude sera dite Sud. Tous les points situés sur l'équateur ont une latitude égale à 0°.

-La **longitude** exprime la position Est-Ouest par rapport au méridien de Greenwich.
Un point situé à gauche du méridien de référence aura une longitude Ouest, et inversement, si un point est à droite, sa longitude sera dite Est. Tous les points situés sur ce méridien ont une longitude égale à 0°.

Par exemple, sur la figure précédente :

-le point M a pour coordonnées 45° Nord et 30° Est.
-le point A a pour coordonnées 0° Nord et 0° Est.
-le point B a pour coordonnées 0° Nord et 30° Est.

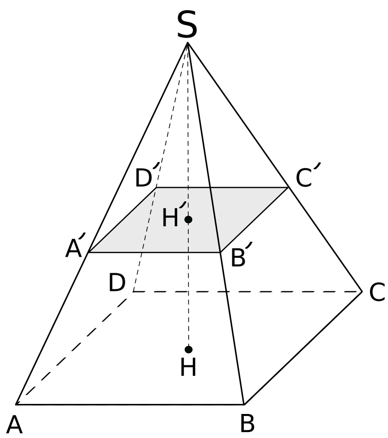
Remarques :
-la latitude est comptée de 0° à 90° vers le pôle Nord et de 0° à 90° vers le pôle Sud.
-la longitude est comptée de 0° à 180° (ou de 0 h à 12 h) vers l'Ouest et de 0° à 180° (ou de 0 h à - 12 h) vers l'Est.

III) Sections planes de pyramides, cônes et sphères

Propriétés : Si on coupe une pyramide ou un cône de révolution par un plan parallèle à leur base alors on obtient une pyramide et un cône qui sont des réductions des solides initiaux.

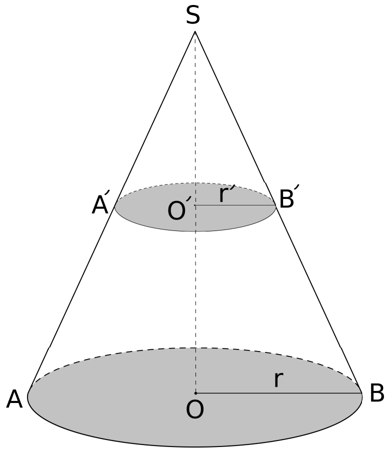
La petite pyramide est une réduction de la grande pyramide, dont le rapport de réduction est un nombre réel k inférieur à 1, vérifiant :

$$k = \frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SD'}{SD} = \frac{SH'}{SH}$$

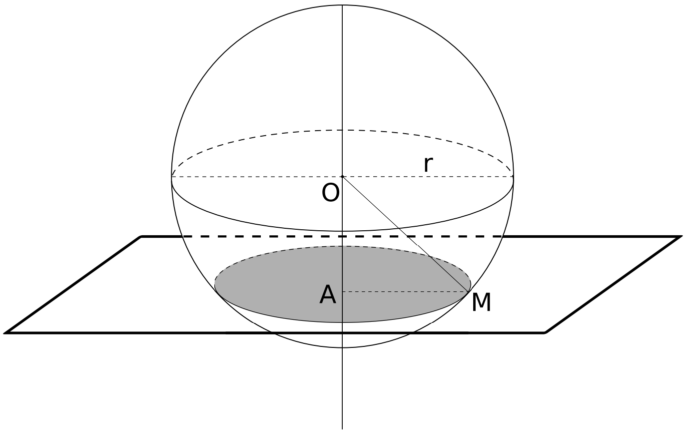


Le petit cône est une réduction du grand cône, dont le rapport de réduction est un nombre réel k inférieur à 1, vérifiant :

$$k = \frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SO'}{SO} = \frac{r'}{r}$$



Propriété : La section de cette sphère par le plan P est le cercle de centre A et de rayon $[AM]$.



IV) Agrandissements et réductions dans l'espace

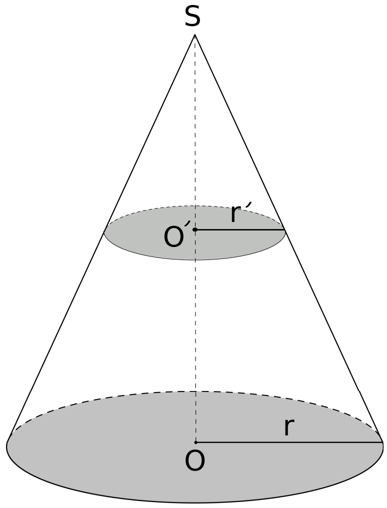
Propriétés : Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

— Les longueurs sont multipliés par k
— Les aires sont multipliés par k^2
— Les volumes sont multipliés par k^3

Exemple :

Soit un cône de hauteur $SO = 25$ cm et de rayon $r = 4$. On réalise une section du cône par un plan parallèle à sa base qui passe par le point O' tel que $SO' = 15$ cm.

Donner le volume du petit cône, et l'aire de son disque.



L'aire du disque de la base du grand cône est $A = \pi \times 4 \times 4 \approx 50,3$.
Le volume du cône est $V = \dfrac{A \times h}{3} \approx 418,9$.

Calcul du coefficient de réduction : $k = \dfrac{SO'}{SO} = \dfrac{15}{25} = \dfrac{3}{5} = 0,6$.

L'aire du petit disque est donc $A' = A \times k^2 \approx 18,1 cm^2$.
On peut aussi calculer le rayon du petit disque : $r' = 4 \times 0,6 = 2,4$, puis l'aire du petit disque :
$A' = \pi \times 2,4 \times 2,4 \approx 18,1 cm^2$.

Le volume du petit cône est donc $V' = V \times k^3 \approx 90,5 cm^3$.