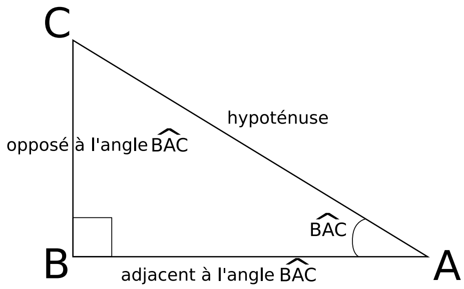
Trigonométrie

I) Définition

En étudiant plusieurs triangles rectangles semblables (triangle ayant les mêmes angles) avec GeoGebra, on a remarqué une égalité de rapport entre deux côtés. Cette égalité de rapport avait été appelée cosinus (ainsi que sinus et tangente).

On a par exemple dans le triangle ci-dessous (où AC est l'hypoténuse, BC le côté opposé à l'angle $\widehat{BAC}$ et AB le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$) :



$\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{adjacent}{hypotenuse}$ soit encore $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{AB}{AC}$

$\sin(\widehat{BAC}) = \dfrac{oppose}{hypotenuse}$ soit encore $\sin(\widehat{BAC}) = \dfrac{BC}{AC}$

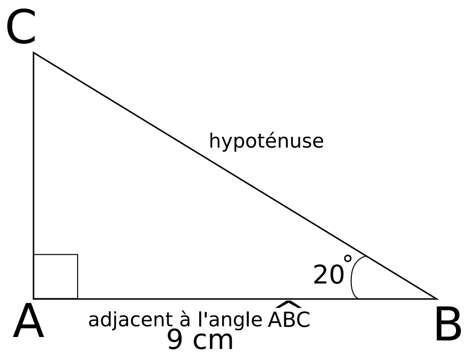
$\tan(\widehat{BAC}) = \dfrac{oppose}{adjacent}$ soit encore $\tan(\widehat{BAC}) = \dfrac{BC}{BA}$

Mais à quoi peuvent bien nous servir ces très jolies formules ? Elles serviront principalement à deux choses : calculer une longueur dans un triangle rectangle (lorsque l'on connait deux angles et une longueur), et à calculer un angle (lorsque l'on connait les longueurs de deux côtés de ce triangle).

II) Calculer une longueur

A) Exemple en utilisant le cosinus

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 9$ cm et $\widehat{ABC} = 20°$. Calculer la longueur BC.

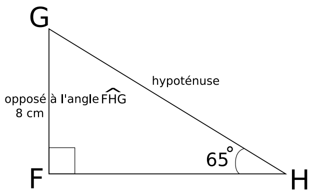


$\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{9}{BC}$ donc $\cos 20° = \dfrac{9}{BC}$ soit encore $\dfrac{\cos 20°}{1} = \dfrac{9}{BC}$.

En effectuant le produit en croix, on trouve $BC = \dfrac{9 \times 1}{\cos 20°} \approx 9,6$ cm.

B) Exemple en utilisant le sinus

Soit FGH un triangle rectangle en F tel que $FG = 8$ cm et $\widehat{FHG} = 65°$. Calculer la longueur HG.



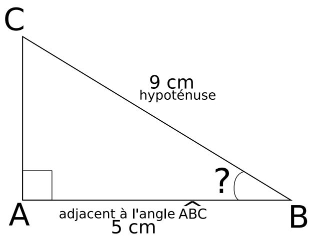
$\sin(\widehat{FHG}) = \dfrac{FG}{HG} = \dfrac{8}{HG}$ donc $\sin 65° = \dfrac{8}{HG}$ soit encore $\dfrac{\sin 65°}{1} = \dfrac{8}{HG}$.

En effectuant le produit en croix, on trouve $HG = \dfrac{8 \times 1}{\sin 65°} \approx 8,8$ cm.

III) Calculer un angle

A) Exemple en utilisant le cosinus

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 5$ cm et $AC = 9$ cm. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

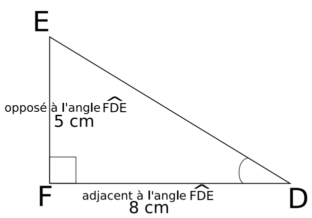


$\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{5}{9}$ donc $\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{5}{9}$. Ainsi $\widehat{ABC} = Arccos(\dfrac{5}{9})$.

On utilise la touche appropriée de la calculatrice, et on trouve alors : $\widehat{ABC} \approx 56°$

B) Exemple en utilisant la tangente

Soit DEF un triangle rectangle en F tel que $DF = 8$ cm et $FE = 5$ cm. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{FDE}$.



$\tan(\widehat{FDE}) = \dfrac{FE}{FD} = \dfrac{5}{8}$ donc $\tan(\widehat{FDE}) = \dfrac{5}{8}$. Ainsi $\widehat{FDE} = arctan(\dfrac{5}{8})$.

On utilise la touche appropriée de la calculatrice, et on trouve alors : $\widehat{FDE} \approx 32°$