

Triangles semblables

I) Définition

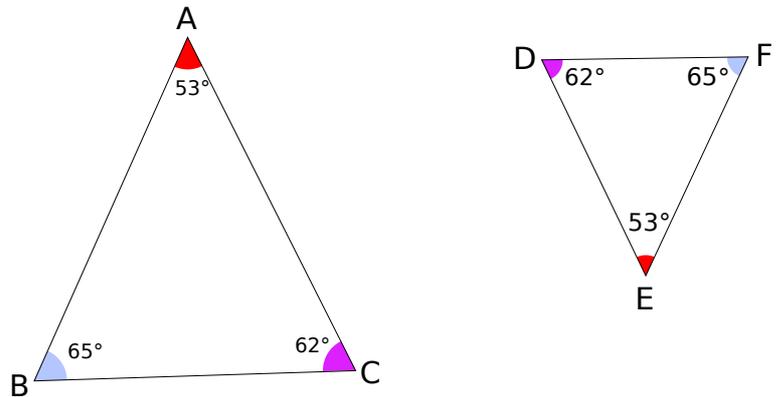
Définition : Deux **triangles semblables** sont deux triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure.

Exemple : sur la figure ci-dessous, les deux triangles sont semblables. En effet, on a :

$$\widehat{ABC} = \widehat{EFD} = 65^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{DEF} = 53^\circ$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{EDF} = 62^\circ$$



Vocabulaire : Lorsque deux triangles sont semblables :

- Les angles égaux sont dit homologues.
- Les côtés opposés à des angles égaux sont dits homologues.
- Les sommets des angles égaux sont dits homologues.
- Lorsque deux triangles ont leurs côtés homologues de même longueur, ils sont alors égaux. On dit aussi qu'ils sont superposables, ou isométriques.

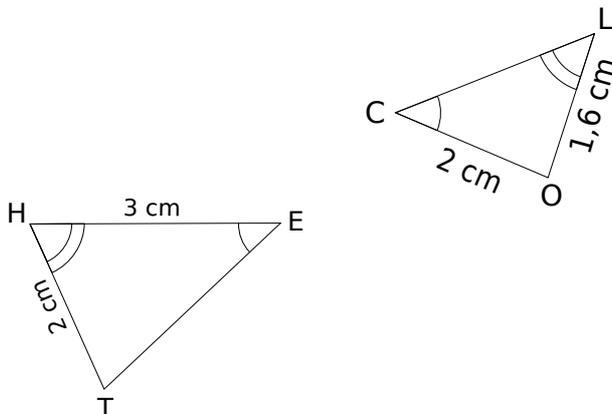
Angles homologues	Sommets homologues	Côtés homologues
\widehat{BAC} et \widehat{DEF}	A et E	[AB] et [EF]
\widehat{ABC} et \widehat{EFD}	B et F	[BC] et [DF]
\widehat{ACB} et \widehat{EDF}	C et D	[CA] et [DE]

Remarque : Pour montrer que deux triangles sont semblables, il suffit de s'assurer que deux couples d'angles sont égaux deux à deux. Il est inutile de vérifier le troisième couple d'angle, car on sait que la somme des angles d'un triangle vaut toujours 180° .

II) Propriété

Propriété : Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.

Exercice 1 : Les triangles COL et CHE de la figure ci-dessous sont semblables. Calculer les longueurs CL et TE .



Les triangles COL et CHE sont semblables, donc les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles. Les côtés OL et HE sont homologues, les côtés CL et CE sont homologues et les côtés CO et CH sont homologues. On a donc :

$$\frac{OL}{HE} = \frac{CL}{CE} = \frac{CO}{CH}, \text{ soit } \frac{1,6}{2} = \frac{CL}{3} = \frac{2}{2}$$

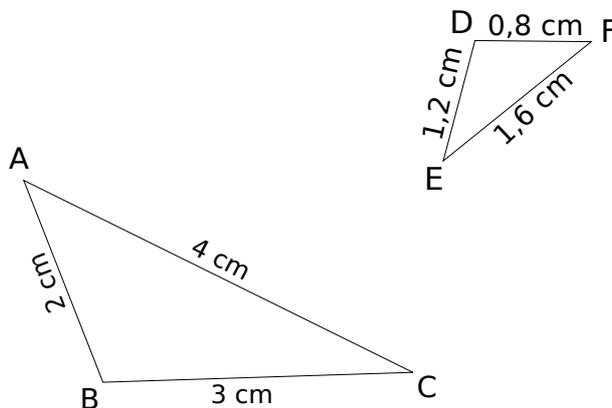
$$\text{On a alors } 0,8 = \frac{CL}{3} \text{ et } 0,8 = \frac{2}{TE}.$$

On trouve $CL = 0,8 \times 3 = 2,4$ cm et $TE = 2 \div 0,8 = 2,5$ cm.

La propriété réciproque est vraie, c'est à dire :

Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles deux à deux, alors ces triangles sont semblables.

Exercice 2 : Les deux triangles suivants sont-ils semblables ?



Côtés de ABC	$AB = 2$ cm	$BC = 3$ cm	$AC = 4$ cm
Côtés de DEF	$DF = 0,8$ cm	$ED = 1,2$ cm	$EF = 1,6$ cm

On remarque que :

$$\frac{DF}{AB} = \frac{0,8}{2} = 0,4$$

$$\frac{ED}{BC} = \frac{1,2}{3} = 0,4$$

$$\frac{EF}{AC} = \frac{1,6}{4} = 0,4$$

Les côtés de ces deux triangles sont proportionnels. Les triangles sont donc semblables.

Remarque : Le coefficient de proportionnalité est appelé le coefficient d'agrandissement ou de réduction.

