Classe de Troisième - 2024-2025

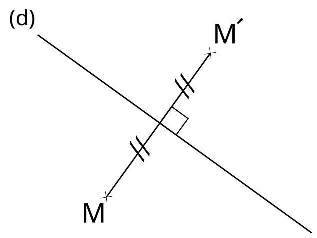
Transformations

I) Rappels sur la symétrie axiale

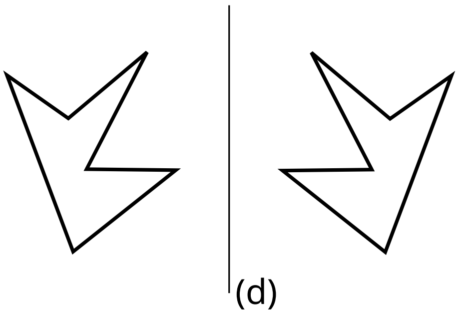
A) Symétrie axiale

Définition : Deux points M et M' sont symétrique par rapport à la droite (d) signifie que :
-[MM'] est perpendiculaire à (d)
-M et M' sont à égale distance de (d).

Dans ce cas, (d) est la médiatrice de [MM'].



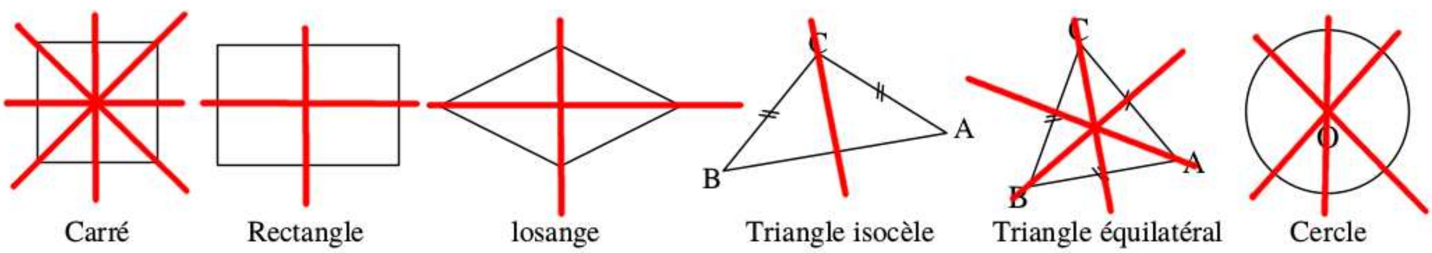
Deux figures symétriques par symétrie axiale se superposent par un pliage le long de l'axe de symétrie.



B) Axe de symétrie d'une figure

Définition : Une droite est un **axe de symétrie** pour une figure donnée lorsque le symétrique de cette figure par rapport à cette droite est la figure elle-même.

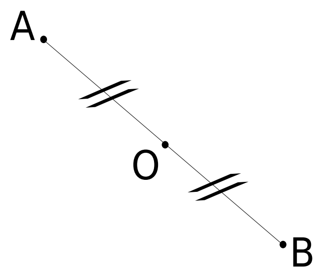
Exemple : Sur les exemples ci-dessous, des axes de symétrie sont tracés en rouge.



II) Rappels sur la symétrie centrale

A) Symétrie centrale

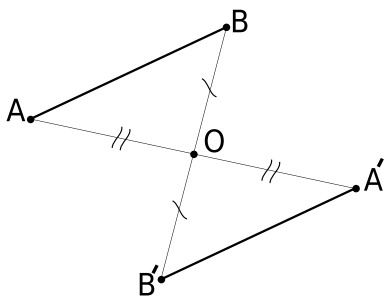
Définition :
-Deux points A et B sont symétriques par rapport au point O lorsque le point O est le milieu du segment [AB].
-Transformer une figure par symétrie centrale revient à lui faire faire un demi-tour autour d'un point.



Deux figures symétriques par symétrie centrale se superposent par un demi-tour autour du centre de symétrie.

Propriété : La symétrie conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.

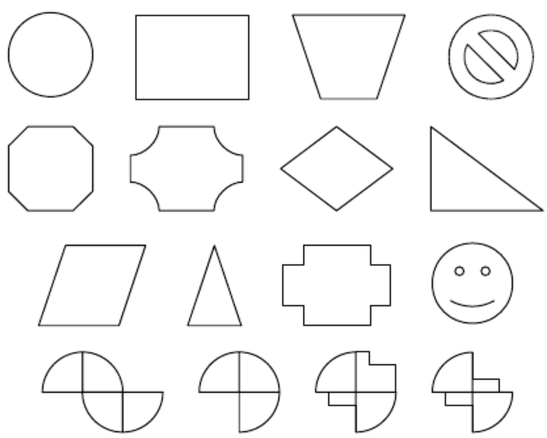
Remarque : Pour tracer le symétrique d'un segment, il suffit de tracer les symétriques de ses extrémités et pour tracer le symétrique d'un cercle, le symétrique de son centre.



B) Centre de symétrie

Définition : Une figure admet un centre de symétrie lorsqu'elle est invariante dans la symétrie par rapport à ce point.

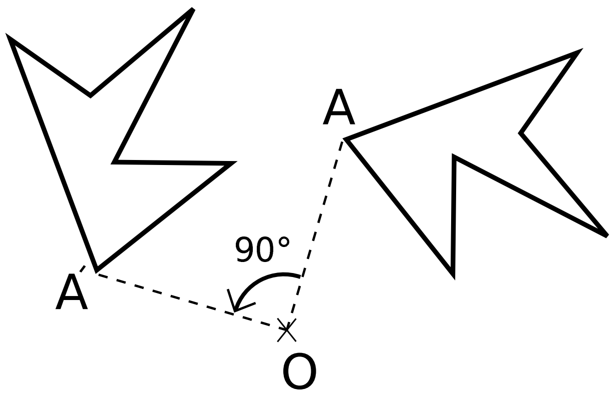
Exemple : Sur les figures suivantes, trouver celles qui ont un centre de symétrie.



III) La rotation

Définition :
-Transformer une figure par rotation revient à la faire pivoter d'un angle donné autour d'un point, son centre. Le sens inverse des aiguilles d'une montre est appelé sens direct.
-Dans le sens direct, le point A' est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle α : lorsque OA=OA', l'angle $\widehat{AOA'}$ mesure $\alpha°$ et on tourne de A vers A' dans le sens direct.

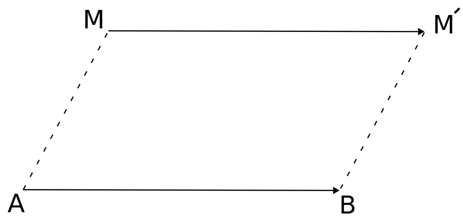
Sur l'exemple suivant, l'angle choisi est 90°.



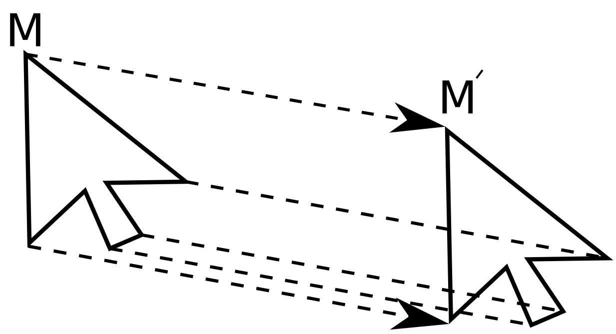
Propriété : La rotation conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.
Un cercle est donc invariant par rotation autour de son centre.

IV) La translation

Définition : M' est l'image de M par la translation qui envoie A en B signifie que ABM'M est un parallélogramme.



Transformer une figure par translation revient la faire glisser d'une longueur donnée, le long d'une droite donnée et dans un sens donné.



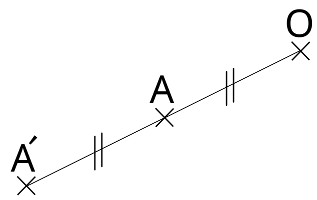
Propriétés :
-La translation conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.
-Une droite est invariante par toute translation dont la direction est parallèle à cette droite.

V) Homothétie

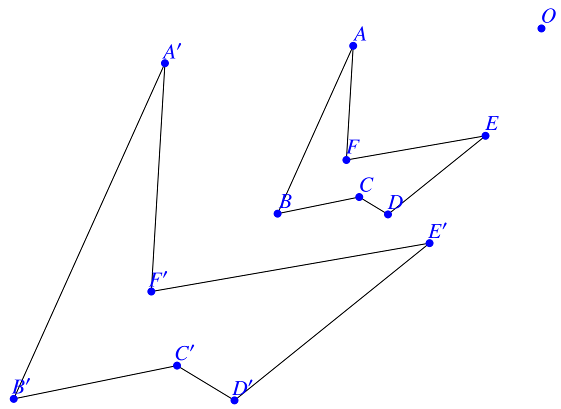
A) Homothétie de rapport positif

A' est l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport 2 signifie que :

- O, A et A' sont alignés
- A et A' sont du même côté par rapport à O.
- $OA' = 2 \times OA$



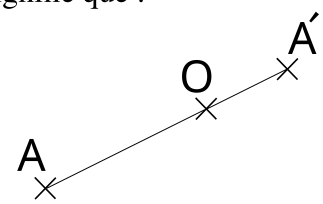
Sur l'exemple suivant, le polygone $A'B'C'D'E'F'$ est l'image du polygone $ABCDEF$ par l'homothétie de centre O et de rapport 2.



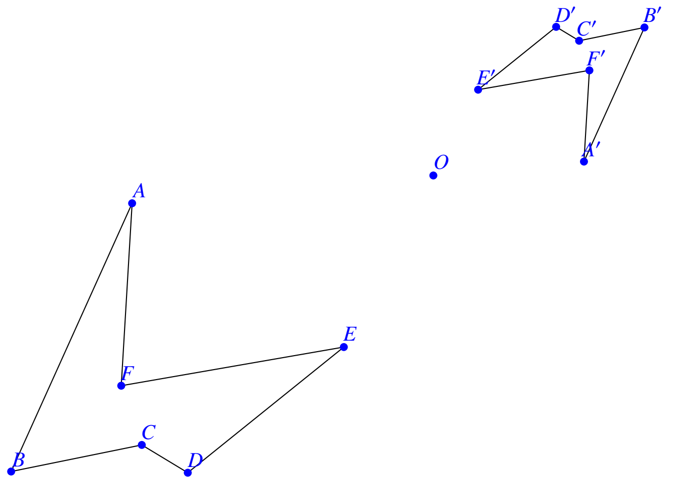
B) Homothétie de rapport négatif

A' est l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport $-0,5$ signifie que :

- O, A et A' sont alignés
- A et A' ne sont pas du même côté par rapport à O.
- $OA' = 0,5 \times OA$



Sur l'exemple suivant, le polygone $A'B'C'D'E'F'$ est l'image du polygone $ABCDEF$ par l'homothétie de centre O et de rapport $-0,5$.



Propriété : Deux figures homothétiques sont une réduction ou un agrandissement l'une de l'autre.

Propriétés : Si une figure F' est l'image d'une figure F par une homothétie de rapport k alors :
- pour obtenir les longueurs de la figure F', il suffit de multiplier les longueurs de la figure F par k.
- pour obtenir l'aire de la figure F', il suffit de multiplier l'aire de la figure F par k^2.

En résumé :

-Si k>1 ou k<-1, la figure image est un agrandissement de la figure initiale.

-Si −1<k<0 ou 0<k<1, la figure image est une réduction de la figure initiale.

-Si k>0, les deux figures sont "du même côté"

-Si k<0, les deux figures ne sont pas "du même côté"