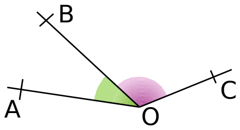
Angles et parallélisme

I – Angles adjacents et opposés par le sommet

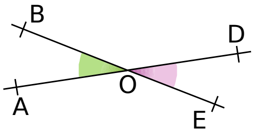
Définition :
-Deux angles adjacents sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.
-Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont un sommet commun et qui ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple 1 (adjacents) :



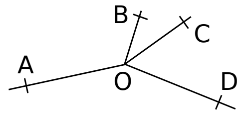
Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ ont comme sommet commun le point O, comme côté commun la demi-droite [OB) et sont placés de part et d'autre de [OB) : ils sont donc adjacents.

Exemple 2 (opposés par le sommet) : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOE}$?



Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOE}$ ont comme sommet commun le point O et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre (A,O,D et B,O,E sont alignés) : ils sont donc opposés par le sommet.

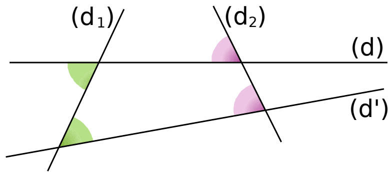
Exemple 3 : Sur la figure ci-contre, nomme deux paires d'angles adjacents.



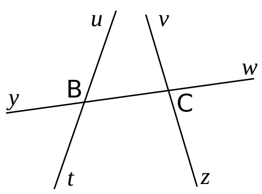
Réponse possible : $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ ainsi que $\widehat{BOC}$ et $\widehat{COD}$.

II - Angles alternes internes et correspondants

Les angles verts sont alternes-internes. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_1).
Les angles roses sont correspondants. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_2).



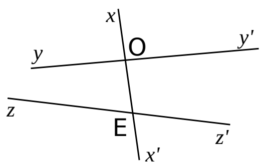
Exemples : À l'aide de la figure, nomme des angles alternes-internes et des correspondants.



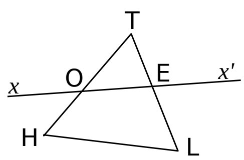
Les droites (ut), (vz) et la sécante (yw) forment :

- deux paires d'angles alternes-internes qui sont :
  $\widehat{uBw}$ et $\widehat{yCz}$, $\widehat{vCy}$ et $\widehat{tBw}$.
- quatre paires d'angles correspondants qui sont :
  $\widehat{yBu}$ et $\widehat{vCy}$, $\widehat{yBt}$ et $\widehat{yCz}$, $\widehat{uBw}$ et $\widehat{vCw}$, $\widehat{tBw}$ et $\widehat{zCw}$.

Sur la figure ci-dessous, les angles $\widehat{yOx'}$ et $\widehat{xEz'}$ sont-ils alternes-internes ?



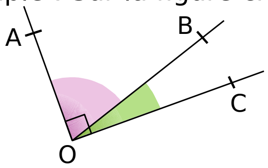
Sur la figure ci-dessous, nomme deux paires d'angles alternes-internes et quatre paires d'angles correspondants.



III – Angles complémentaires et supplémentaires

Définition : Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesures est égale à 90°.

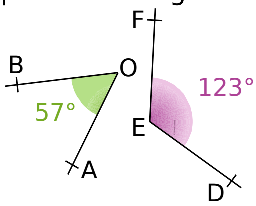
Exemple : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$?



Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ forment un angle droit : la somme de leurs mesures vaut 90°. Ce sont donc des angles complémentaires.

Définition : Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesures est égale à 180°.

Exemple : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{FED}$?

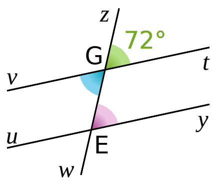


$\widehat{AOB} + \widehat{FED} = 57° + 123° = 180°$ donc les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{FED}$ sont supplémentaires.

IV - Propriétés

Propriétés :
-Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.
-Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.
-Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.

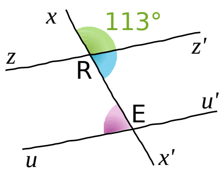
Exemple : Les droites (vt) et (uy) sont parallèles. Calcule la mesure des angles $\widehat{zEy}$ et $\widehat{vGw}$.



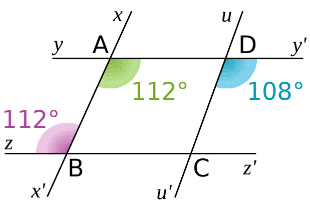
Les angles correspondants $\widehat{zGt}$ et $\widehat{zEy}$ sont déterminés par les droites (vt) et (uy) qui sont parallèles. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{zEy}$ mesure donc 72°.

Les angles $\widehat{zGt}$ et $\widehat{vGw}$ sont opposés par le sommet. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{vGw}$ mesure donc 72°.

Propriétés :
-Si deux angles alternes-internes sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.
-Si deux angles correspondants sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.



Exemple : Les droites (yy') et (zz') sont-elles parallèles ? Les droites (xx') et (uu') sont-elles parallèles ?



Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ déterminés par les droites (yy'), (zz') et la sécante (xx') sont alternes-internes. Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ ont la même mesure.
Donc les droites (yy') et (zz') sont parallèles.

Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ déterminés par les droites (xx'), (uu') et la sécante (yy') sont correspondants. Si les droites (xx') et (uu') étaient parallèles alors les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas. Donc les droites (xx') et (uu') ne sont pas parallèles.