Géométrie du triangle (Partie 1)

I) Construction de triangles : point méthode

A) Savoir construire un triangle connaissant les longueurs des trois côtés

Construis le triangle DUO tel que $DU = 4,3$ cm ; $UO = 4,8$ cm et $OD = 5$ cm.

B) Savoir construire un triangle connaissant un angle et les longueurs de ses côtés adjacents

Construis un triangle BAS tel que $AB = 6$ cm ; $BS = 5$ cm et $\widehat{ABS} = 100°$.

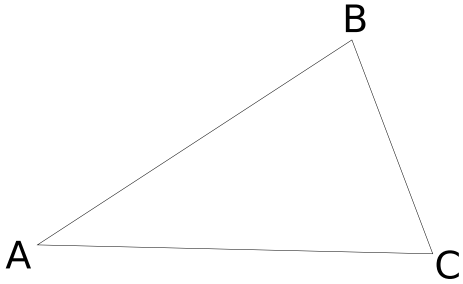
C) Savoir construire un triangle connaissant deux angles et la longueur de leur côté commun

Construis le triangle SUD tel que $UD = 6$ cm ; $\widehat{SUD} = 65°$ et $\widehat{SDU} = 36°$.

Exemples particuliers :
-Triangle isocèle en A (vient du grec, iso : égal et skelos : jambes)
-Triangle équilatéral (vient du latin, equi : égal/même et later : côté)
-Triangle quelconque ou scalène (vient du latin, scalene : boiteux)

II) Triangle constructible

Inégalité triangulaire : Dans un triangle, la longueur d'un côté est toujours inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.
Lorsqu'il y a égalité, les trois points sont alignés.



$AB \leqslant AC + BC$

$BC \leqslant AB + AC$

$AC \leqslant AB + BC$

Remarque :
-Pour vérifier si on peut construire un triangle, il suffit de vérifier que la plus grande longueur est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.
-Il y a donc trois inégalité triangulaire.
-Si il y a égalité : on parle de triangle plat.

Exemples :
ABC tel que $AB = 6$ cm, $AC = 2,5$ cm et $BC = 3$ cm. On a $AB > AC + BC$, le triangle est donc impossible à construire.

DEF tel que $EF = 6$ cm, $ED = 3$ cm et $DF = 4$ cm. On a :

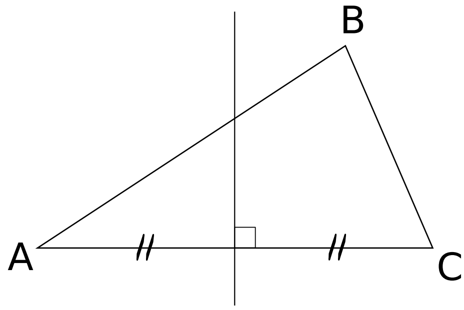
$$ED \leqslant EF + DF$$
$$EF \leqslant ED + DF$$
$$DF \leqslant ED + EF$$

Le triangle est donc constructible.

III) Droites remarquables : médiatrice, hauteur et médiane

A) Médiatrice

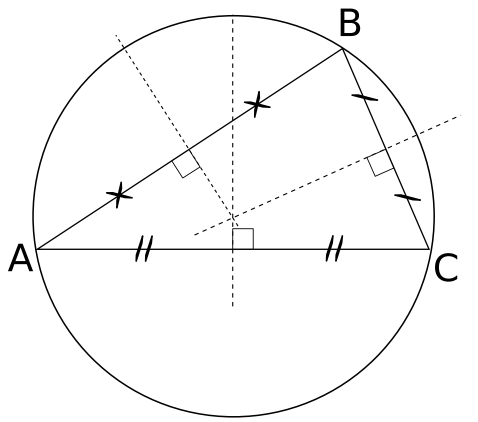
Définition : la médiatrice d'un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement en son milieu.



Propriétés :
Si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.
Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.

Propriétés : Les médiatrices des trois côtés d'un triangle se coupent en un point. On dit qu'elles sont sont concourantes.

Leur point de concours est le centre du cercle circonscrit au triangle. Ce cercle passe par les trois sommets du triangle.

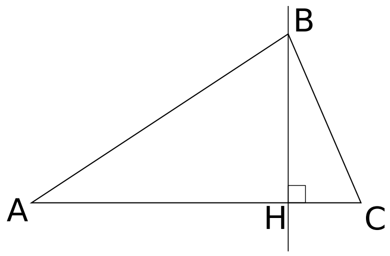


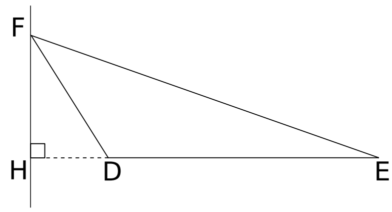
Remarque : Il suffit de tracer les médiatrices de deux côtés pour déterminer le centre du cercle circonscrit.

Exemple vu en classe : un forage (puit) et trois maisons, le puit doit être à la même distance de chaque maison.

B) Hauteur

Définition : Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.



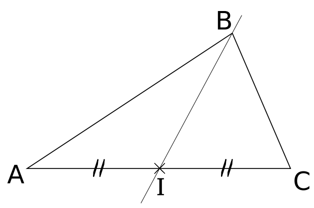


Exercices :

1. Construis le triangle CAR tel que $CA = 4,6$ cm ; $AR = 4,3$ cm et $\widehat{CAR} = 102°$ puis trace la hauteur issue de R et celle issue de C.
2. TAX tel que $TA = 6,3$, $\widehat{TAX} = 57°$ et $\widehat{ATX} = 63°$
3. Faire de même pour un triangle équilatéral. Tracer les médianes et les médiatrices. Que remarque t-on ?

C) Médiane

Définition : Dans un triangle, une médiane est une droite qui passe par un sommet du triangle et le milieu du côté opposé.



Exercices :
-Construis un triangle POL tel que $PO = 4,5$ cm ; $OL = 4,8$ cm et $LP = 4$ cm. Trace la médiane issue de P de ce triangle.
-Construis un triangle ABC tel que $BC = 2$ cm ; $CA = 5,4$ cm et $QUA = 93°$. Trace toutes les médianes de ce triangle.