

Résolutions d'inéquations et problèmes

1 Inégalité et inéquation

Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs possibles telle que l'inégalité soit vérifiée. L'ensemble de ces valeurs est appelé ensemble de solution de l'inéquation.

Rappels : On ne change pas l'ordre d'une inégalité (on ne change pas le signe) lorsque l'on multiplie ou l'on divise les membres de gauche et de droite de l'inégalité par un même nombre positif.

En revanche, on change l'ordre d'une inégalité (on ne change pas le signe) lorsque l'on multiplie ou l'on divise les membres de gauche et de droite de l'inégalité par un même nombre négatif.

Exemples :

a) Résoudre $3x - 7 > 2$

b) Résoudre $4x < 2x + 2$

c) Résoudre $2x + 1 \leq 0$

d) Résoudre $\frac{2x+1}{-4} \leq \frac{3x}{-1}$

Les solutions sont représentables sur une droite graduée.

2 Signe d'un produit, d'un quotient

Propriété : Règle des signes

-Le produit ou le quotient de deux réels de même signe est positif.

-Le produit ou le quotient de deux réels de signes contraires est négatif.

Exemples :

1) Résoudre $(x+5)(-x+12) < 0$

Méthode : -On résout les équations $x+5=0$ et $-x+12=0$

-On applique la règle du signe de $x+5$ et $-x+12$

-On applique la règle des signes du produit de $(x+5)(-x+12)$

-Sur la dernière ligne du tableau on lit la réponse à l'inéquation : $S =]-\infty; -5[\cap]12; +\infty[$

x	0	-5	12	$+\infty$
$x+5$	-	0	+	-
$-x+12$	+	+	0	0
$(x+5)(-x+12)$	-	0	+	0

2) Résoudre $\frac{x+5}{-x+12} \geq 0$

Méthode : -On résout les équations $x+5=0$ et $-x+12=0$

-On applique la règle du signe de $x+5$ et $-x+12$

-On applique la règle des signes du produit de $\frac{x+5}{-x+12}$

-On note bien dans la dernière ligne du tableau que $-x+12$ doit être différent de 0 pour que la fraction existe bien.

-Sur la dernière ligne du tableau on lit la réponse à l'inéquation : $S = [-5; 12[$

x	0	-5	12	$+\infty$
$x+5$	-	0	+	-
$-x+12$	+	+	0	0
$\frac{x+5}{-x+12}$	-	0	+	-