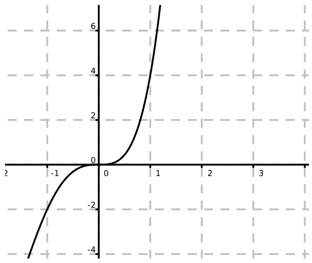
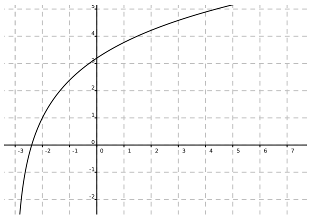
Variations de fonctions et problèmes

I - Sens de variation

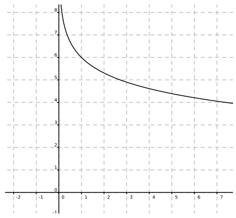
Soit f la fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

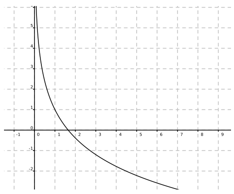
Définition : On dit que la fonction f est croissante sur I si pour tous nombres réels u et v de I tels que $u \leqslant v$, on a $f(u) \leqslant f(v)$.
Ainsi, on dit qu'une fonction croissante conserve l'ordre.





Définition : On dit que la fonction f est décroissante sur I si pour tous nombres réels u et v de I tels que $u \leqslant v$, on a $f(u) \geqslant f(v)$. Ainsi, on dit qu'une fonction décroissante change l'ordre.

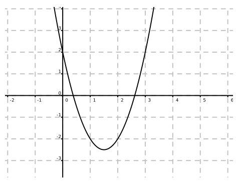


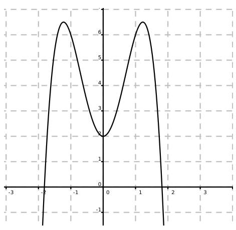


II - Extremums

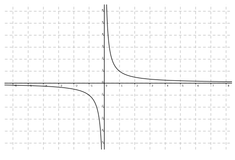
Soit $a \in \mathbb{R}$
Définition : Dire que $f(a)$ est un maximum de la fonction f sur I signifie que, pour tout réel x de I on a $f(x) \leqslant f(a)$.

Définition : Dire que $f(a)$ est un minimum de la fonction f sur I signifie que, pour tout réel x de I on a $f(x) \geqslant f(a)$.





On peut résumer les informations que l'on connait sur une fonction par un **tableau de variation**. Par exemple :



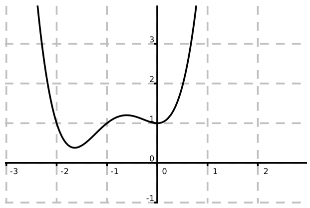
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\frac{1}{x}$	0 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	0

III - Résolution graphique d'inéquations

Soient C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère.

Propriété : Les solutions de l'inéquation $f(x) > k$ sont les abscisses des points de la courbe C_f situés au-dessus de la droite d'équation $y = k$.

Propriété : Les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe C_f situés au-dessus de la courbe C_g.



Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 1$
Solution : $]-2;-1[$

IV - Sens de variation d'une fonction affine

Propriété : Soit f la fonction affine d'équation $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$. Alors :
-Si $a > 0$, la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.
-Si $a < 0$, la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Propriété : Règle du signe de $ax + b$:

$a < O$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	-	0	+

$a > O$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	+	0	-