Correction Feuille d'exercices n°2 (VA)

Correction Exercice 1 :

1. Donner la loi de probabilité de X, sous forme de tableau.

gain x_i	100	40	-30
$P(X = x_i)$	0,6	0,1	0,3

2. Quel est le gain moyen, noté $E(X)$?
$E(X) = 100 \times 0,6 + 40 \times 0,1 + (-30) \times 0,3 = 60 + 4 - 9 = 55.$
Le gain moyen sur ces batteries est de 55 euros (par article).
3. Calculer la variance et l'écart type de X.
$V(X) = 100^2 \times 0,6 + 40^2 \times 0,1 + (-30)^2 \times 0,3 - 55^2 = 6000 + 160 + 270 = 6430 - 3025 = 3405$ euros.
$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{3405} \approx 58,35$ euros.

Correction Exercice 2 :

1. Il faut bien prendre en compte qu'un billet coûte un euro l'unité.

gain x_i	29	14	0	-1
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{7}{100}$	$\frac{90}{100}$

2. $E(X) = 29 \times \frac{1}{100} + 14 \times \frac{2}{100} + 0 \times \frac{7}{100} + (-1) \times \frac{90}{100} = \frac{-33}{100} = -0,33$ euros.
Le gain moyen est de $-0,33$ euros, autrement dit on a (sur un grand nombre de billets achetés) de bonnes chances de perdre de l'argent.
$V(X) = 29^2 \times \frac{1}{100} + 14^2 \times \frac{2}{100} + 0^2 \times \frac{7}{100} + (-1)^2 \times \frac{90}{100} - (E(X))^2 = 13,23 - (-0,33)^2 = 13,23 - 0,1089 = 13,1211$ euros.
$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{13,1211} \approx 3,63$ euros.

Correction Exercice 3

1. (a) Les jetons sont indiscernables au toucher donc on peut légitimement supposer qu'on se trouve dans une situation d'équiprobabilité. Il y a $\binom{10}{2}$ manières de choisir 2 jetons parmi 10 et il y a $\binom{7}{2}$ manières de choisir 2 jetons blancs parmi les 7 jetons blancs. Donc

$$p(A) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{7}{15}.$$

(b) De même, 6 jetons portent des numéros impairs donc $p(B) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{1}{3}$.

(c) De même, 4 jetons blancs portent des numéros impairs donc $p(A \cap B) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{2}{15}$. Ainsi, $p(A) \times p(B) = \frac{7}{15} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{45}$ alors que $p(A \cap B) = \frac{2}{15} = \frac{6}{45}$ donc $p(A) \times p(B) \neq p(A \cap B)$ donc $\boxed{\text{les évènements } A \text{ et } B \text{ ne sont pas indépendants}}$.

2. (a) La variable aléatoire X peut valoir 0, 1 ou 2.
$p(X = 0) = \frac{\binom{7}{0} \times \binom{3}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{1}{15}$,
$p(X = 1) = \frac{\binom{7}{1} \times \binom{3}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{7}{15}$,
$p(X = 2) = \frac{\binom{7}{2} \times \binom{3}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{7}{15}$. D'où :

k	0	1	2
$p(X = k)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$

(b) $E(X) = 0 \times \frac{1}{15} + 1 \times \frac{7}{15} + 2 \times \frac{7}{15} = \frac{7}{5}$, ainsi $\boxed{E(X) = \frac{7}{5}}$